Aplikace kybernetiky ve strojírenství

11. přednáška

Doc. Ing. Eduard Janeček, CSc.

Ing. Jan Jakl

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Podpořeno v rámci projektu CZ.1.07/2.2.00/15.0383
Inovace studijního oboru Dopravní a manipulační technika
s ohledem na potřeby trhu práce

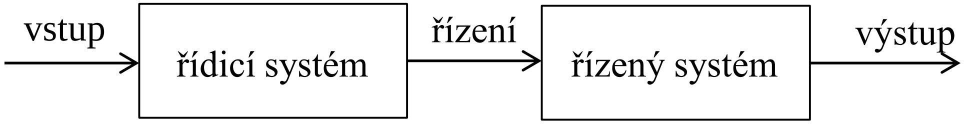
Řízení

Jedná o cílené působení na řízený systém takovým způsobem, aby výstup systému splňoval požadované podmínky.

- bez zpětné vazby – ovládání
- se zpětnou vazbou – regulace
- složitější formy řízení – optimální řízení, adaptivní řízení, umělá inteligence

Ovládání

V případě ovládání (přímovazebního řízení) působí řídicí systém na řízený systém takovým způsobem, aby se dosáhlo požadovaného chování řízeného systému. Akční kroky řídicího systému jsou dopředu předdefinovány a jestliže není v řídicím obvodu zahrnuta zpětná vazba, nemá řídicí systém žádnou informaci o skutečném stavu řízeného systému. Tento typ řízení se používá v případech. kdy velmi dobře známe popis řízeného systému a nepůsobí na něj žádné poruchy.



Regulace

V případě regulace (zpětnovazebního řízení) působí řídicí systém na řízený systém takovým způsobem, aby se dosáhlo požadovaného chování řízeného systému. V tomto případě však má řídicí systém prostřednictvím zpětné vazby informaci o skutečném (aktuálním) stavu řízeného systému. Akční kroky (akční zásahy) jsou počítány postupně a zpětnovazební systém vykonává svoji činnost i v případě, že na řízený systém působí poruchy.

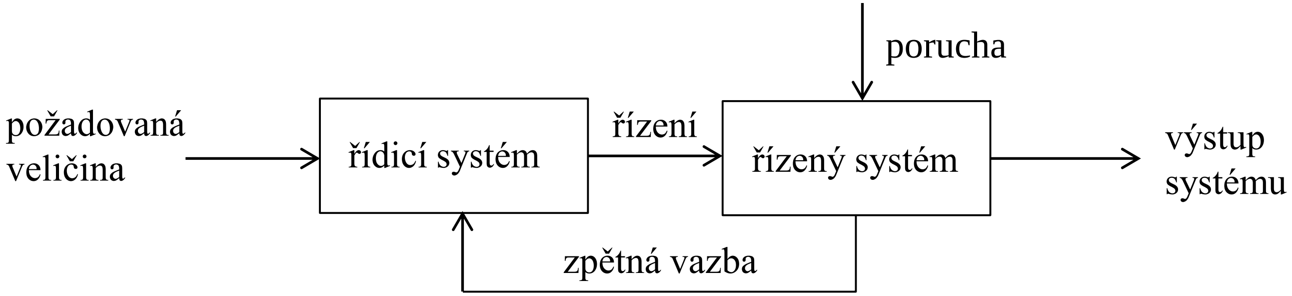
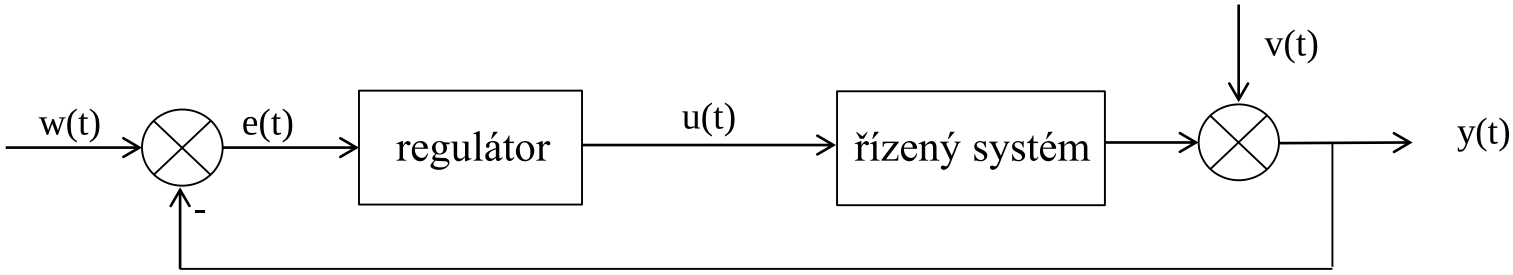


Schéma regulačního obvodu, základní pojmy



y(t) – regulovaná veličina - výstup regulačního obvodu

w(t) – požadovaná hodnota (řídicí veličina) - určuje hodnotu, kterou má regulovaná veličina dosahovat

e(t) – regulační odchylka - rozdíl mezi požadovanou hodnotou a regulovanou veličinou, jedná se o vstupní signál regulátoru $e(t) = w(t) - y(t)$

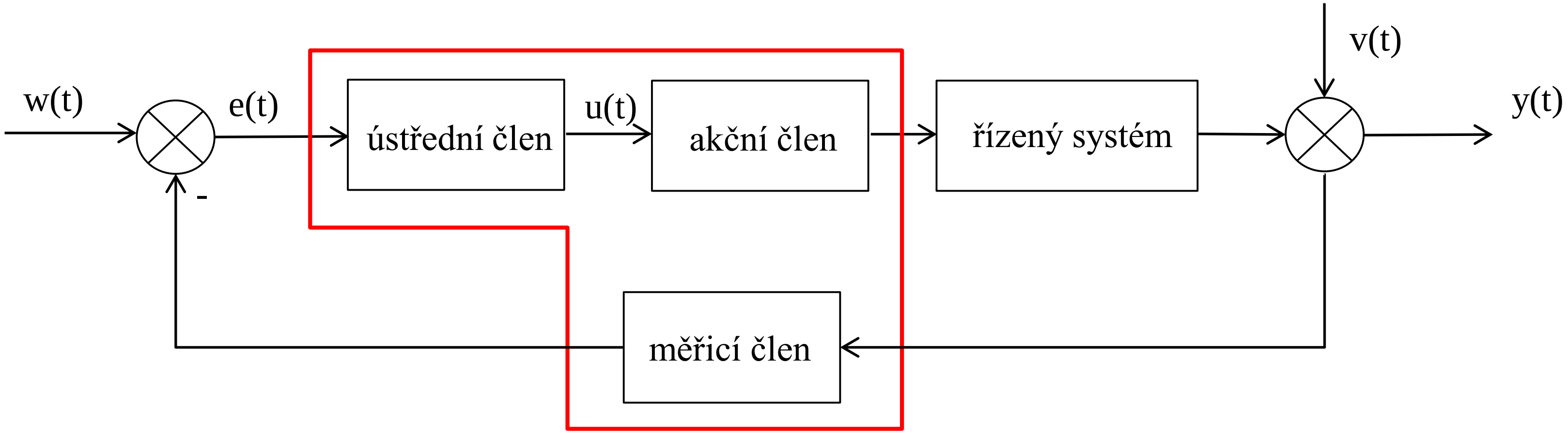
u(t) – akční veličina (akční zásah) - jedná se o výstup regulátoru a vstup řízené soustavy, musí zmenšovat regulační odchylku, která by měla být minimální nebo nulová

v(t) – poruchová veličina - obvykle uvažujeme poruchy aditivní s výstupem řízeného systému.

Regulátor

Základem regulátoru jsou

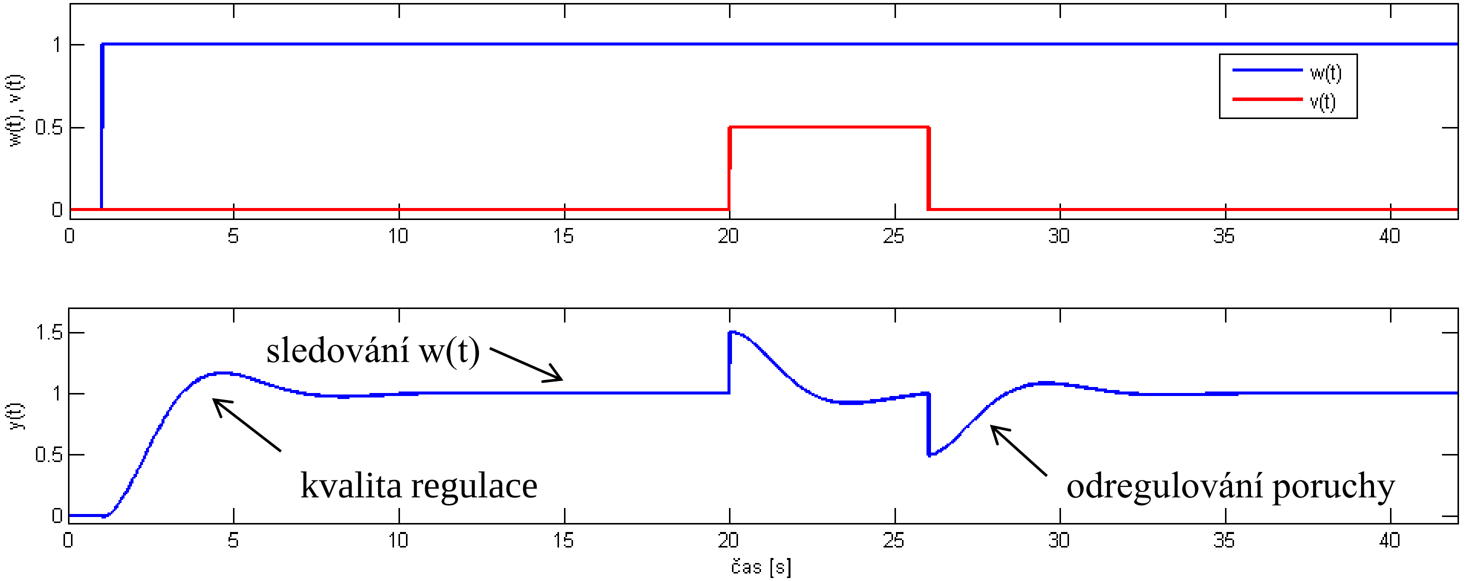
- měřicí člen – zajišťuje měření regulované veličiny, skládá se ze snímače a převodníku
- ústřední člen – na základě regulační odchylky počítá vhodný akční zásah, tak aby regulační odchylka byla minimální
- akční člen – skládá se z pohonu a regulačního orgánu (klapka, ventil,…)



Někdy se pojmem regulátor označuje pouze ústřední člen.

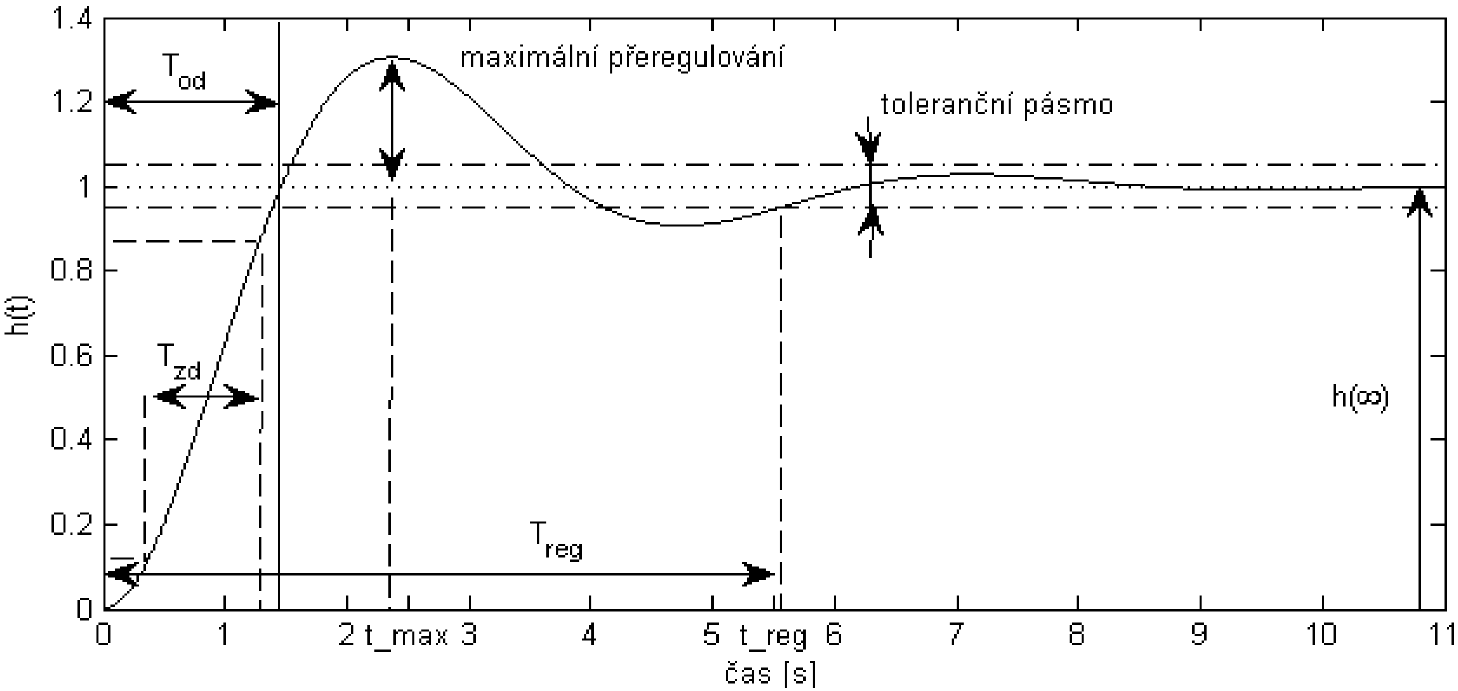
Požadavky kladené na regulační obvod:

- Stabilita – uzavřená regulační smyčka musí být stabilní
- Sledování hodnoty požadované veličiny – y(t) = w(t)
- Kvalita regulace – požadavky kladené na průběh regulované veličiny
- Eliminace vlivu poruch – „odregulování“ působících poruch
- Robustnost – zachování určité kvality regulace i při změnách parametrů systému



Při návrhu regulátoru vycházíme z vlastností regulované soustavy (regulátor vhodný pro jeden typ systémů nemusí být vhodný pro jiný typ) a také požadavků, jaké klademe na chování uzavřené regulační smyčky.

Přechodová charakteristika uzavřeného regulačního obvodu, základní pojmy



- doba regulace T_{reg} – je dána časovým okamžikem t_{reg}, od kterého se nachází hodnoty přechodové charakteristiky ve stanoveném tolerančním pásmu δ

$$h(t) \in \langle h(\infty) - \delta, h(\infty) + \delta \rangle, t \in \langle t_{reg}, \infty)$$

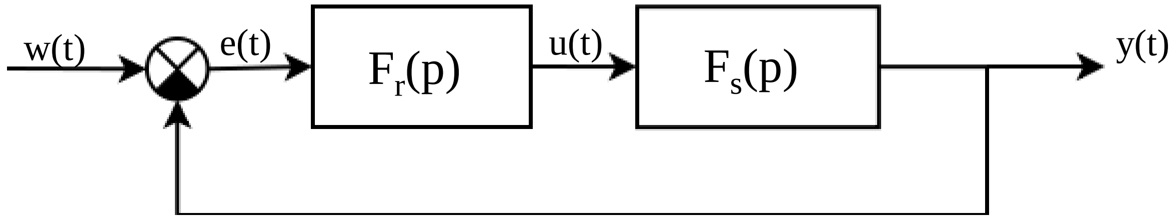
- doba odezvy T_{od} – je dána časovým okamžikem t_{od}, kdy přechodová charakteristika poprvé dosáhne své ustálené hodnoty

- doba zdvihu T_{zd} – je dána časovým intervalem, ve kterém se přechodová charakteristika mění v rozsahu 10% až 90% ze své ustálené hodnoty

- maximální relativní přeregulování σ_{max} – hodnota daná poměrem

$$\sigma_{\max} = \frac{h_{\max}(t) - h(\infty)}{h(\infty)}$$

Obrazové přenosy v uzavřené regulační smyčce



Regulovaný systém je popsán lineární diferenciální rovnicí n-tého řádu (m≤n, n.p.p.)

$$y^{(n)}(t)+a_{n-1}y^{(n-1)}(t)+\ldots+a_1\dot{y}(t)+a_0y(t)=b_mu^{(m)}(t)+b_{m-1}u^{(m-1)}(t)+\ldots+b_1\dot{u}(t)+b_0u(t)$$

Obrazový přenos systému je již známý z předchozích přednášek

$$F_s(p)=\frac{Y(p)}{U(p)}=\frac{b_mp^m+b_{m-1}p^{m-1}+\ldots+b_0}{p^n+a_{n-1}p^{n-1}+\ldots+a_0}=\frac{b(p)}{a(p)}$$

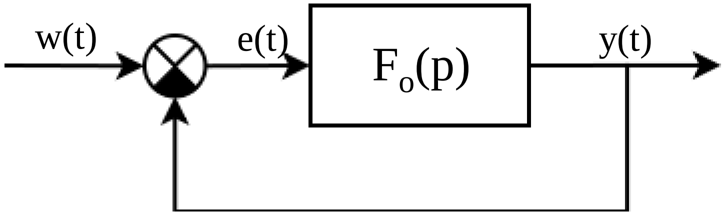
Regulátor je popsán lineární diferenciální rovnicí k-tého řádu

$$u^{(k)}(t)+c_{k-1}u^{(k-1)}(t)+\ldots+c_1\dot{u}(t)+c_0u(t)=d_ke^k(t)+d_{k-1}e^{(k-1)}(t)+\ldots+d_1\dot{e}(t)+d_0e(t)$$

Obrazový přenos regulátoru

$$F_r(p)=\frac{U(p)}{E(p)}=\frac{d_kp^k+d_{k-1}p^{k-1}\ldots+d_0}{p^k+c_{k-1}p^{k-1}+\ldots+c_0}=\frac{d(p)}{c(p)}$$

Přenosy regulátoru a řízeného systému jsou v sériovém zapojení, můžeme je tedy sloučit do jedné přenosové funkce, která zároveň odpovídá přenosové funkci otevřené regulační smyčky (odmyslete si zápornou zpětnou vazbu).



Pro přenos otevřené regulační smyčky platí

$$F_o(p) = F_r(p) F_s(p) = \frac{b(p)d(p)}{a(p)c(p)}$$

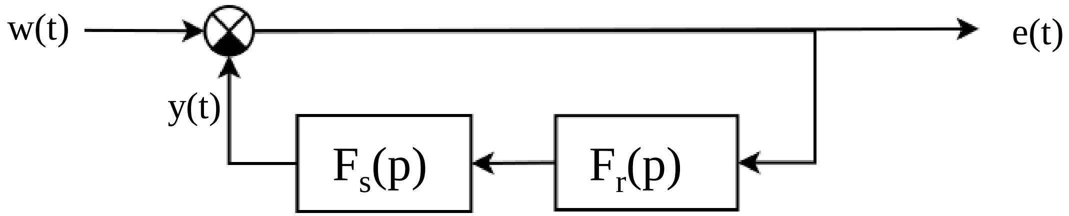
Se znalostí pravidel o úpravě zpětnovazebního zapojení přenosových funkcí (ve zpětné vazbě je 1) určíme přenosovou funkci uzavřené regulační smyčky

$$F_u(p) = \frac{F_o(p)}{1+F_o(p)} = \frac{\dfrac{b(p)d(p)}{a(p)c(p)}}{1+\dfrac{b(p)d(p)}{a(p)c(p)}} = \frac{b(p)d(p)}{a(p)c(p)+b(p)d(p)}$$

Přenos uzavřené regulační smyčky budeme také někdy označovat $F_{y,w}(p)$, což vystihuje, že se jedná o přenos požadované veličiny na výstup regulačního obvodu.

Další přenosové funkce v uzavřené regulační smyčce:

- přenos požadované veličiny na regulační odchylku



Jedná se o zpětnovazební přenos, v přímé větvi je 1, v záporné zpětné vazbě pak sériové spojení přenosů $F_s(p)$ a $F_r(p)$.

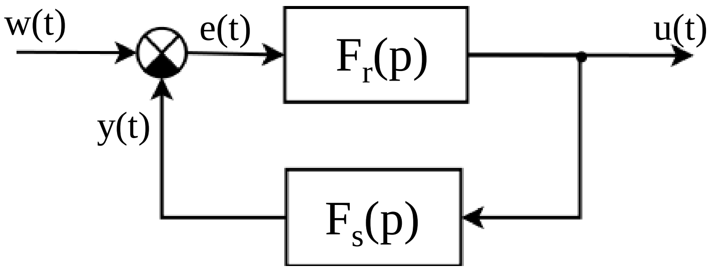
$$F_{e,w}(p) = \frac{1}{1 + F_s(p)F_r(p)} = \frac{1}{1 + F_o(p)}$$

Ze znalosti $F_{e,w}(p)$ můžeme snadno určit průběh regulační odchylky:

$$E(p) = F_{e,w}(p)W(p) \quad \Rightarrow \quad e(t) = L^{-1}\left[E(p)\right]$$

Někdy ani nemusíme znát přímo průběh e(t), například pro určení ustálené hodnoty e(t) stačí znát její Laplaceův obraz a použít větu o koncové hodnotě.

- přenos požadované veličiny na akční veličinu



Jedná se o zpětnovazební přenos, v přímé větvi je $F_r(p)$ a v záporné zpětné vazbě $F_s(p)$.

$$F_{u,w}(p) = \frac{F_r(p)}{1 + F_s(p)F_r(p)} = \frac{F_r(p)}{1 + F_o(p)}$$

Analogicky jako v případě regulační odchylky můžeme také určit průběh akční veličiny

$$U(p) = F_{u,w}(p)W(p) \quad \Rightarrow \quad u(t) = L^{-1}\left[U(p)\right]$$

Příklad:

Jsou dány přenosové funkce regulátoru a řízené soustavy

$$F_s(p) = \frac{p+3}{(p+1)(p+2)} = \frac{p+3}{p^2+3p+2} \qquad F_r(p) = \frac{1}{p+2}$$

Určete $F_u(p)$ a $F_{e,w}(p)$. Pomocí věty o koncové hodnotě vypočtěte ustálené hodnoty regulované veličiny a regulační odchylky. Uvažujte, že požadovaná hodnota je 1[t], tj. W(p) = 1/p.

Řešení:

Určíme přenos otevřené regulační smyčky

$$F_o(p) = F_r(p) F_s(p) = \frac{1}{p+2} \frac{p+3}{p^2+3p+2} = \frac{p+3}{p^3+5p^2+8p+4}$$

Přenos uzavřené regulační smyčky:

$$F_u(p) = \frac{F_o(p)}{1+F_o(p)} = \frac{\dfrac{1}{p+2} \dfrac{p+3}{p^2+3p+2}}{1+\dfrac{1}{p+2} \dfrac{p+3}{p^2+3p+2}} = \frac{p+3}{(p+2)\left(p^2+3p+2\right)+p+3} = \frac{p+3}{p^3+5p^2+9p+7}$$

Přenos požadované veličiny na regulační odchylku

$$F_{e,w}(p) = \frac{1}{1+F_s(p)F_r(p)} = \frac{1}{1+F_o(p)} = \frac{3p^3+5p^2+8p+4}{p^3+5p^2+8p+4+p+3} = \frac{3p^3+5p^2+8p+4}{p^3+5p^2+9p+7}$$

Výpočet ustálených hodnot:

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{p\to 0} pY(p) = \lim_{p\to 0} pW(p)F_u(p) = \lim_{p\to 0} p\frac{1}{p}\frac{p+3}{p^3+5p^2+9p+7} = \frac{3}{7}$$

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{p\to 0} pE(p) = \lim_{p\to 0} pW(p)F_{e,w}(p) = \lim_{p\to 0} p\frac{1}{p}\frac{3p^3+5p^2+8p+4}{p^3+5p^2+9p+7} = \frac{4}{7}$$

Základní typy regulátorů

V závislosti na tom, jakou matematickou operaci regulátor provádí s regulační odchylkou, rozdělujeme regulátory na:

- P regulátor - akční veličina je proporcionální (úměrná) regulační odchylce
- I regulátor - akční veličina je závislá na integrálu regulační odchylky
- D regulátor - akční veličina je závislá na derivaci regulační odchylky
- kombinace P, I a D regulátorů

P regulátor

P regulátor je nejjednodušším typem regulátoru. Akční veličina je proporcionální k regulační odchylce.

$$u(t) = Ke(t)$$

K – proporcionální zesílení

Obrazový přenos

$$F_r(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K$$

Zvyšováním zesílení regulátoru se zlepšuje přesnost regulace a rychlost odezvy, může však způsobit nestabilitu uzavřené regulační smyčky.

I regulátor

V případě I regulátoru je akční veličina závislá na integrálu regulační odchylky.

$$u(t) = K_i \int_0^t e(\tau)\, d\tau$$

Obrazový přenos

$$F_r(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = \frac{K_i}{p}$$

Tento typ regulátoru zvyšuje fázové zpoždění regulační smyčky (integrační charakter), zpomaluje rychlost odezvy, při konstantních vstupních hodnotách zajišťuje nulovou regulační odchylku.

D regulátor

V případě D regulátoru je akční veličina závislá na časové derivaci regulační odchylky.

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt}$$

Obrazový přenos

$$F_r(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K_d\, p$$

Tento typ regulátoru zvyšuje fázový předstih regulační smyčky (snižuje fáz. zpoždění) a urychluje rychlost odezvy. Nelze jej realizovat samostatně, používá se pouze v kombinaci s předchozími typy. Důvodem je zejména – zesílení šumových úrovní, nereaguje na ustálenou hodnotu regulační odchylky, velké hodnoty odezvy regulátoru na prudké změny reg. odchylky (mohou vést k nestabilitě).

PID regulátor

Tento typ regulátoru je tvořen všemi třemi základními typy regulátorů, tj. P, I a D.

$$u(t) = Ke(t) + K_i \int_0^t e(\tau)\,d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

Jiný typ zápisu

$$u(t) = K\left(e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(\tau)\,d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt}\right)$$

T_i – integrační časová konstanta,

$K_i = K/T_i$

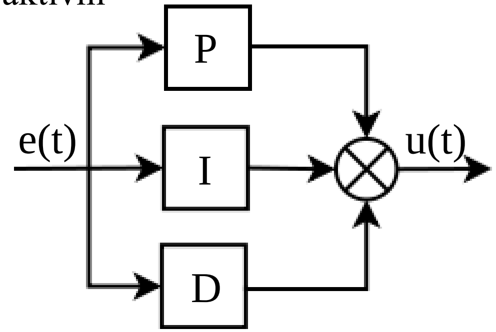
T_d – derivační časová konstanta, $K_d = KT_d$

Obrazový přenos

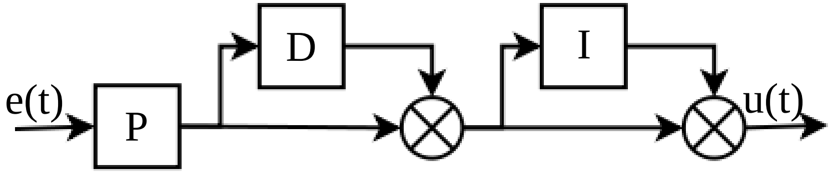
$$F_r(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K\left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p\right) = K\frac{T_d T_i p^2 + T_i p + 1}{T_i p} = \frac{K_d p^2 + Kp + K_i}{p}$$

Realizace PID regulátorů

- neinteraktivní



- interaktivní



PID regulátor s filtrovanou derivační složkou

Obrazový přenos

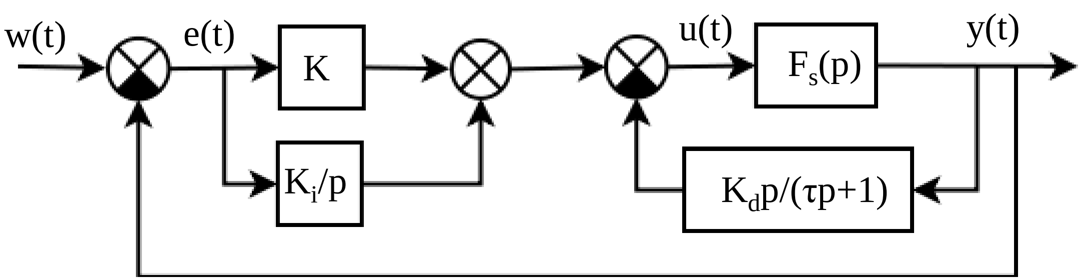
$$F_r(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K\left(1 + \frac{1}{T_i p} + \frac{T_d p}{\tau p + 1}\right) = K + \frac{K_i}{p} + \frac{K_d p}{\tau p + 1} = \frac{p^2(K_d + K\tau) + p(K + K_i\tau) + K_i}{p(\tau p + 1)}$$

τ je volitelná časová konstanta, $\tau = T_d/(3 \text{ až } 20)$.

Pro přenosovou funkci uzavřeného regulačního obvodu platí

$$F_u(p) = \frac{F_r(p)F_s(p)}{1 + F_r(p)F_s(p)} = \frac{b(p)\left(p^2(K_d + K\tau) + p(K + K_i\tau) + K_i\right)}{a(p)c(p) + b(p)\left(p^2(K_d + K\tau) + p(K + K_i\tau) + K_i\right)}$$

PID regulátor zavádí do přenosové funkce uzavřeného regulačního obvodu dvě nuly a zvyšuje řád systému na n+2 (polynom a(p) je n-tého stupně). Aby se zamezilo prudkým změnám akční veličiny při změně regulační odchylky (způsobených derivační složkou regulátoru), používá se PID regulátor s derivační složkou odvozenou od regulovaného výstupu:



PI regulátor

Je tvořen regulátory P a I. P regulátor urychluje dobu regulace a I regulátor dokáže zcela odstranit regulační odchylku.

Obrazový přenos

$$F_r(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K\left(1 + \frac{1}{T_i p}\right) = K + \frac{K_i}{p}$$

Nejčastěji se používá pro řízení kmitavých systémů (i pro vyšší řády než 2), systémů s astatismem (integrační charakter) a pro řízení systémů s dopravním zpožděním.

PD regulátor

Je tvořen regulátory P a D.

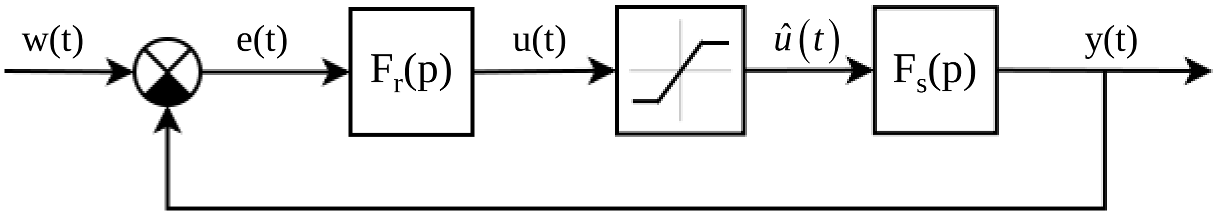
Obrazový přenos

$$F_r(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K\left(1 + T_d p\right) = K_d p + K$$

Používá se v případech, kdy je vhodný P regulátor s tím, že derivační složka zkracuje dobu regulace.

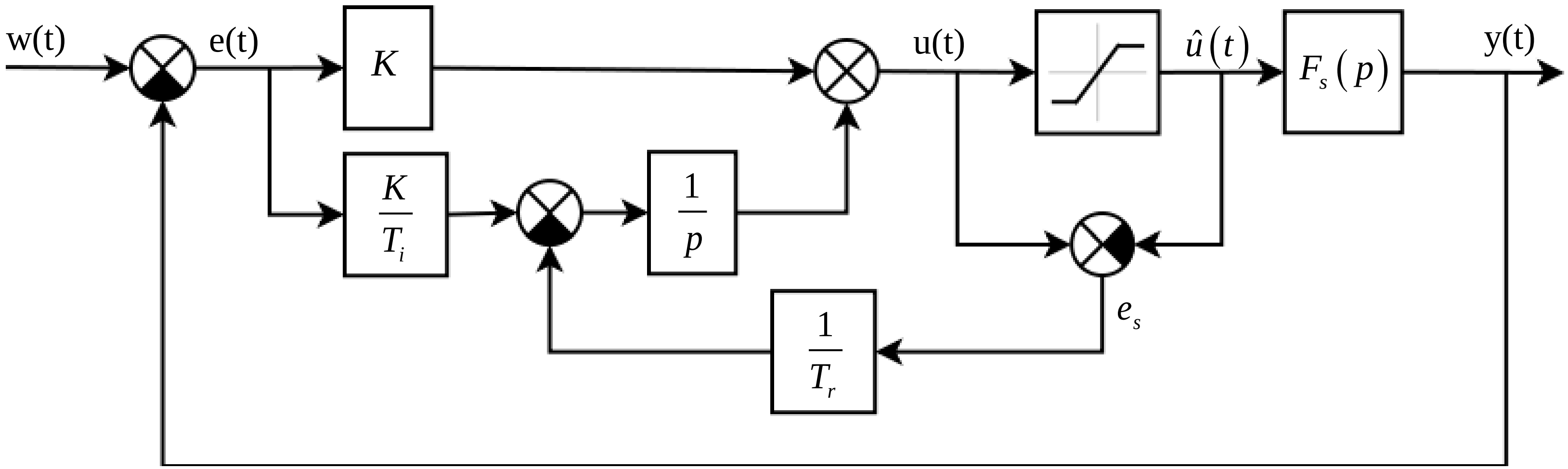
Unášení integrační složky (wind-up effect)

V praxi používané akční členy dokáží generovat akční zásah pouze v určitém rozsahu.



Při určité hodnotě regulační odchylky přechází akční člen do stavu saturace a vstup do systému $\hat{u}(t)$ se liší od výstupu regulátoru u(t). V tomto stavu je regulační smyčka rozpojena a nedochází k požadované změně výstupu řízeného systému. Skutečný akční zásah generovaný akčním členem je menší než požadovaný akční zásah a regulační odchylka klesá pomaleji než by měla. Pokud je k řízení systému použit regulátor s integrační složkou (PI nebo PID), pak dochází při dlouhotrvající kladné hodnotě regulační odchylky k nežádoucímu unášení integrační složky a roste také rozdíl mezi u(t) a $\hat{u}(t)$. Akční člen se vrací do lineárního režimu až pokud regulační odchylka změní své znaménko a je potřeba aby tento stav trval dostatečně dlouho (dokud se regulační složka neodintegruje).

Možným řešením problému unášení integrační složky je následující schéma regulační smyčky.



Pokud pracuje akční člen v lineárním režimu, pak je odchylka e_s nulová. Jestliže se akční člen dostane do stavu saturace (uvažujme $u(t) > \hat{u}(t)$), pak je odchylka e_s kladná a odčítá se od regulační odchylky ještě před integrací. To způsobí, že je výstup regulátoru roven horní saturační mezi a nedochází k naintegrování regulační odchylky.

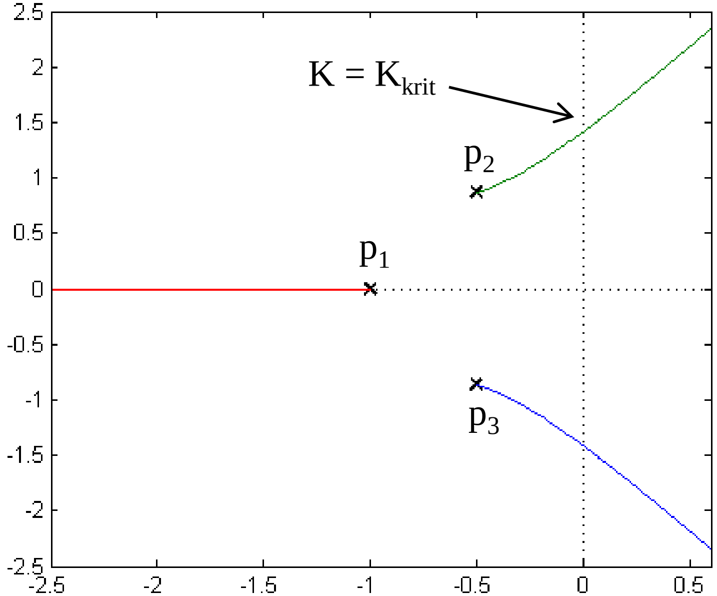
Zesílení regulátoru a jeho vliv na stabilitu uzavřené regulační smyčky

Uvažujme, že je dán přenos otevřené regulační smyčky

$$F_o(p) = K\frac{b(p)}{a(p)} \quad \Rightarrow \quad F_u(p) = \frac{F_o(p)}{1+F_o(p)} = K\frac{b(p)}{a(p)+Kb(p)}$$

Hodnota zesílení K ovlivňuje rozložení pólů uzavřené regulační smyčky

Metoda geometrického místa kořenů (GMK, Evans 1948)



Příklad:

$$F_o(p) = \frac{K}{(p+1)(p^2+p+1)}$$

Na obrázku je nakreslena změna polohy pólů uzavřené regulační smyčky v závislosti na velikosti parametru K.

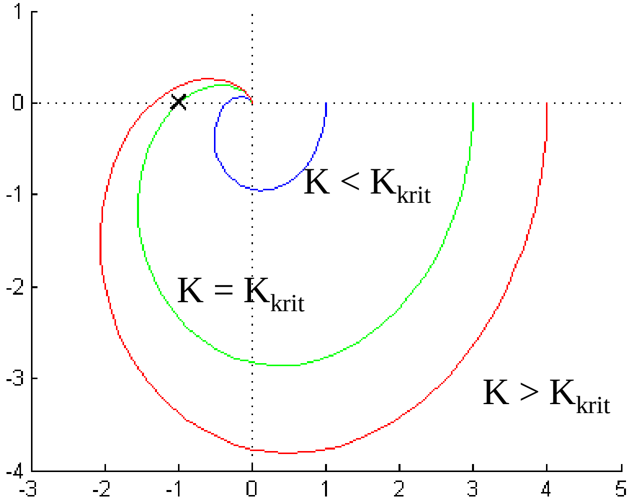
- stabilní, K < 3
- na mezi stability, K = 3
- nestabilní, K > 3

Nyquistovo kritérium stability

Pomocí tohoto kritéria můžeme rozhodnout o stabilitě uzavřené regulační smyčky na základě průběhu frekvenční charakteristiky otevřené regulační smyčky.

Zde uvedeme pouze jeho verzi pro stabilní systémy:

Uzavřený regulační obvod je stabilní, jestliže frekvenční charakteristika otevřeného (stabilního) regulačního obvodu neobklopuje bod [-1,j0].



Kritický bod: [-1,j0], vznik netlumeného kmitání

Příklad: Systém s přenosem $F_s(p)$ je řízen proporcionálním regulátorem s přenosem $F_r(p)$.

$$F_s(p) = \frac{1}{(p^2 + 4p + 5)(p + 0.1)}, \quad F_r(p) = 10$$

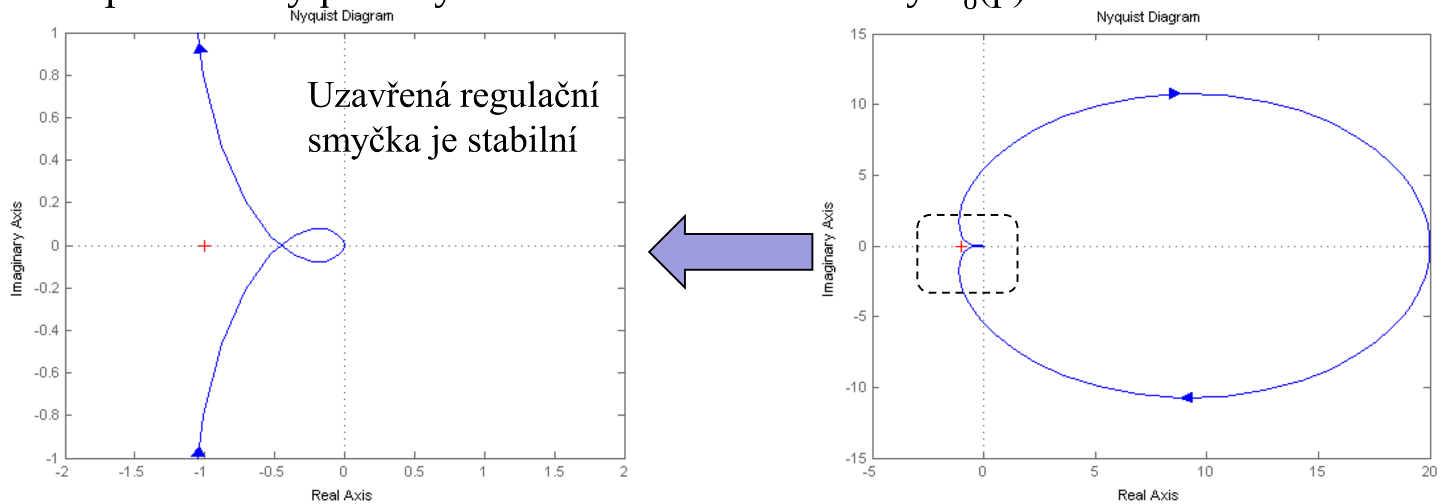
Vyšetřete stabilitu uzavřené regulační smyčky.

Řešení:

1. Vypočteme přenos otevřené regulační smyčky:

$$F_o(p) = \frac{10}{(p^2 + 4p + 5)(p + 0.1)}$$

2. Na základě průběhu Nyquistovy frekvenční chrarakteristiky $F_o(p)$ rozhodneme o stabilitě $F_u(p)$.



Příklad: Systém s přenosem $F_s(p)$ je řízen regulátorem s přenosem $F_r(p)$.

$$F_s(p) = \frac{1}{p^3 + p^2 + 2p + 1}, \quad F_r(p) = \frac{p+2}{0.3p+1}$$

Vyšetřete stabilitu uzavřené regulační smyčky.

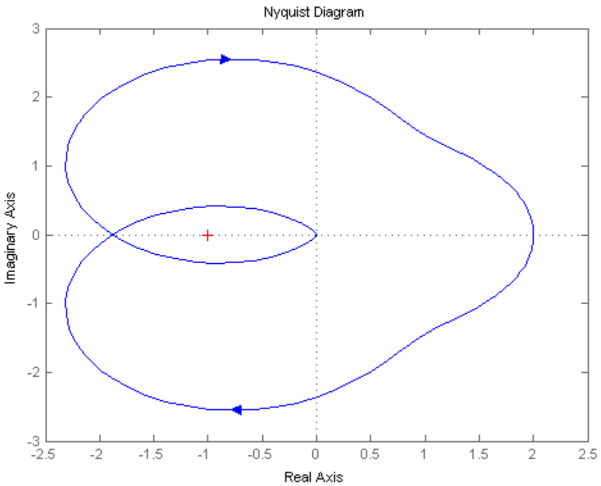
Řešení:

1. Vypočteme přenos otevřené regulační smyčky:

$$F_o(p) = \frac{p+2}{\left(p^3 + p^2 + 2p + 1\right)\left(0.3p+1\right)}$$

2. Na základě průběhu Nyquistovy frekvenční chrarakteristiky $F_o(p)$ rozhodneme o stabilitě $F_u(p)$.

Uzavřená regulační smyčka je nestabilní



Klasické metody návrhu regulátorů

Při návrhu regulátorů vycházíme z požadavků na kvalitu regulovaného procesu (doba regulace, maximální přeregulování,…), dále z typu regulované soustavy (lineární – nelineární, s konstantními parametry – s proměnnými parametry,…) a také z typu regulátoru.

Základní rozdělení metod pro návrh regulátorů

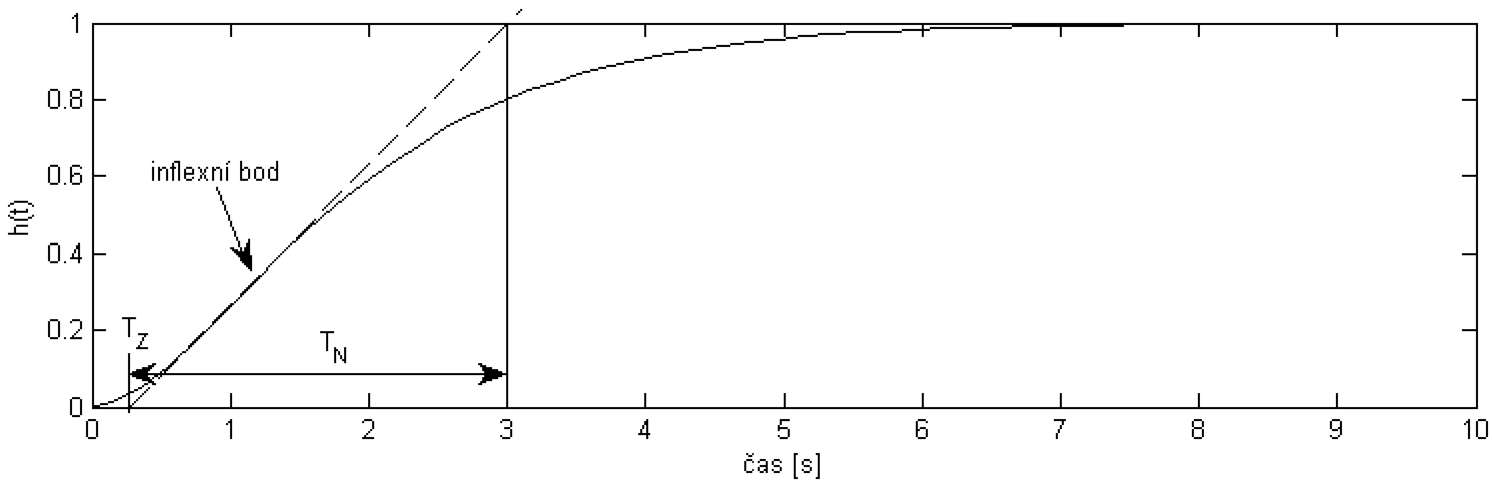
- Empirické – nevyžadují matematický model řízeného systému a umožňují přibližné nastavení parametrů PID regulátoru. Tyto metody nejsou teoreticky podloženy a v některých případech mohou způsobit nestabilitu regulačního procesu. Řadí se sem metody Ziegler-Nichols v časové a frekvenční oblasti a také metody pokus-omyl.
- Analytické – vycházejí ze znalosti matematického popisu řízeného systému a umožňují určit parametry a strukturu regulátoru, který přesně odpovídá požadavkům kladených na kvalitu regulačního procesu. Do této kategorie patří například metoda minima plochy kvadrátu regulační odchylky (ISE) a metoda umístitelnosti pólů a nul uzavřené regulační smyčky.

Tyto metody vycházejí z vnější popisu systémů (popis vstup-výstup). Pokud to umožňují požadavky na typ regulátoru je možné při znalosti vnitřní popisu použít stavové regulátory.

Empirické metody

Časová metoda Ziegler-Nichols

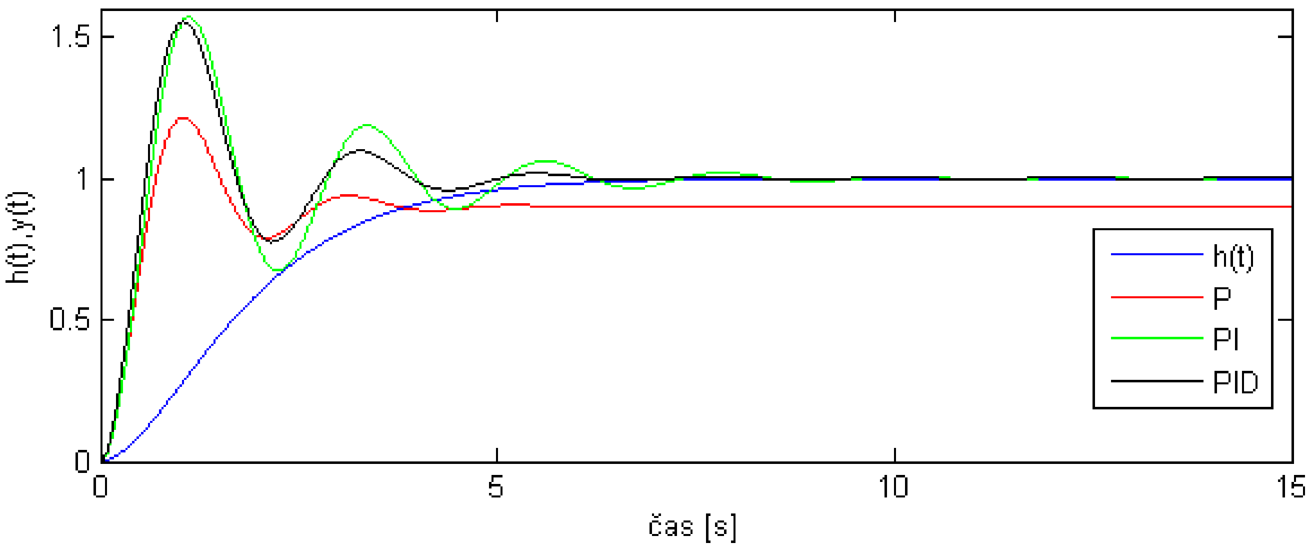
Pomocí této metody je možné přibližně nastavit parametry PID regulátoru ze znalosti odezvy systému na skokovou změnu vstupní veličiny. Předpokladem pro použité této metody je monotónní odezva řízeného systému (bez kmitání) a doba náběhu musí být 2.5x delší než doba průtahu (T_n>2.5T_z).



Pro nastavení parametrů PID regulátoru stačí změřit dobu průtahu T_z a maximální strmost odezvy S, tj. strmost tečny v inflexním bodě K_s/T_n, kde K_s je statické zesílení řízeného systému.

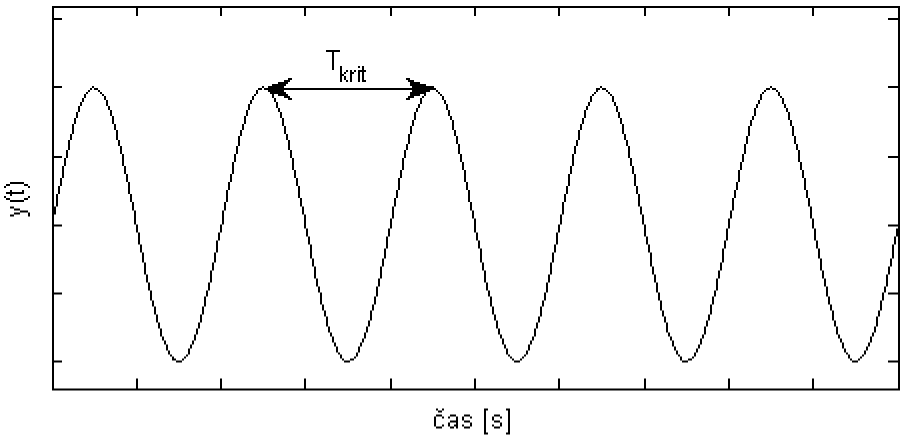
Parametry regulátorů pak určíme z této tabulky:

	K	Ti	Td
P	$1/(S*T_z)$		
PI	$0.9/(S*T_z)$	$3.33*T_z$	
PID	$1.2/(S*T_z)$	$2*T_z$	$0.5*T_z$



Frekvenční metoda Ziegler-Nichols

Tato metoda vychází z experimentů s uzavřenou regulační smyčkou. Regulátor nastavíme pouze jako P regulátor ($K_i = K_d = 0$). Zesílení regulátoru K zvyšujeme na hodnotu K_{krit}, než na výstupu regulační smyčky vzniknou netlumené kmity (při dalším zvyšování by se soustava stala nestabilní). Z časového průběhu regulované veličiny odečteme periodu netlumených kmitů T_{krit}. Parametry P, PI a PID regulátorů určíme podobně jako u předchozí metody z tabulky.



	K	Ti	Td
P	$0.5 \cdot K_{krit}$		
PI	$0.45 \cdot K_{krit}$	$0.83 \cdot T_{krit}$	
PID	$0.6 \cdot K_{krit}$	$0.5 \cdot T_{krit}$	$0.12 \cdot T_{krit}$

Pozn: Tuto metodu nelze použít pro systémy 1. a 2. řádu.

Další empirické metody, které se v praxi používají, obvykle vycházejí z různého nastavování parametrů regulátoru metodou pokus – omyl.

Analytické metody

Jako zástupce analytických metod pro návrh regulátoru uvedeme metodu vycházející z požadavků na polohu pólů a nul uzavřené regulační smyčky.

Uvažujme řízený systém s přenosovou funkcí

$$F_s(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_{n-1}p^{n-1} + b_{n-2}p^{n-2} + \ldots + b_0}{p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \ldots + a_0} = \frac{b(p)}{a(p)}$$

a obecný dynamický regulátor s přenosovou funkcí

$$F_r(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = \frac{d_m p^m + d_{m-1}p^{m-1} \ldots + d_0}{p^m + c_{m-1}p^{m-1} + \ldots + c_0} = \frac{d(p)}{c(p)}$$

Přenosová funkce uzavřené regulační smyčky je

$$F_u(p) = \frac{F_r(p)F_s(p)}{1 + F_r(p)F_s(p)} = \frac{b(p)d(p)}{a(p)c(p) + b(p)d(p)} = \frac{b_z(p)}{a_z(p)}$$

Vzhledem k tomu, že polynom a(p) je stupně n a polynom c(p) je stupně m, bude a_z(p) polynom stupně n+m. Pro libovolné umístění pólů uzavřené regulační smyčky pak musí být regulátor stupně alespoň n-1 (polynom a_z(p) je stupně 2n-1). To znamená, že pokud bude řízený systém druhého řádu, pak pro libovolné umístění pólů stačí regulátor minimálně prvního řádu.

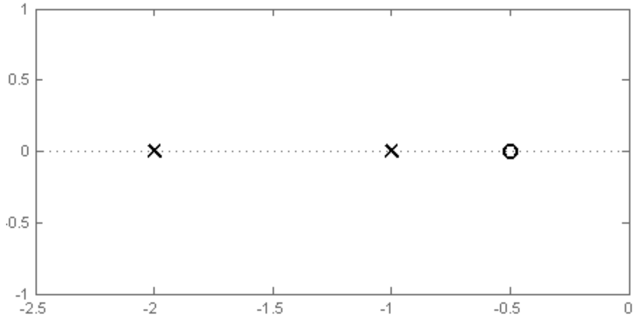
Parametry regulátoru určíme z řešení rovnice (diofantické)

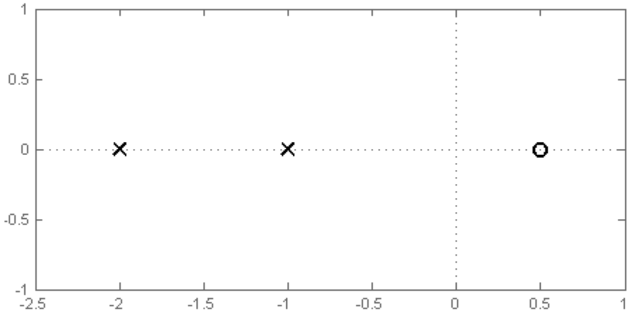
$$a(p)c(p)+b(p)d(p)=a_z(p)$$

Z přenosové funkce uzavřeného regulačního obvodu je patrné, že při použití regulátoru minimálního řádu n-1 dochází ke změně pólů přenosové funkce otevřené regulační smyčky, které jsou dány póly systému a regulátoru a nuly přenosové funkce otevřené regulační smyčky svoji hodnotu nemění.

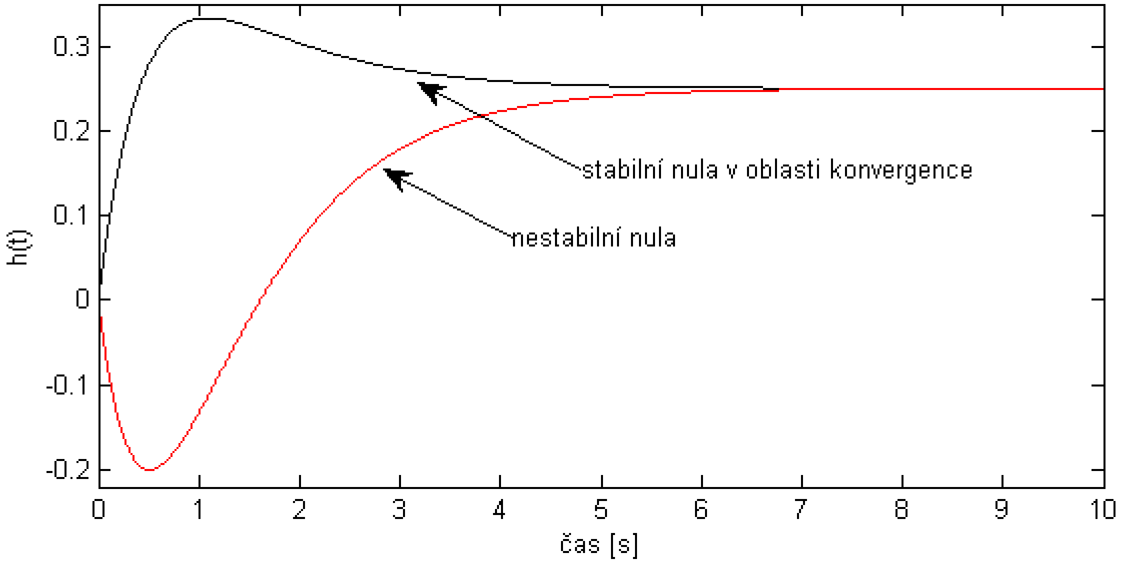
To může mít zásadní význam, jelikož i nuly přenosové funkce ovlivňují kvalitu odezvy uzavřeného regulačního obvodu (zásadní roli hraje jejich poloha vůči pólům F(p) a jejich případná nestabilita). Problémy při regulaci způsobují

- stabilní nuly v oblasti konvergence, tj. takové nuly, které leží mezi nejpomalejším pólem systému a bodem 0 na reálné ose.
- nestabilní nuly (nuly s Re(n)>0) – neminimálně fázové systémy.





Přechodová charakteristika systému s jednou stabilní nulou v oblasti konvergence



- v prvním případě vykazuje h(t) přeregulování i když jsou póly systému reálné
- v druhém případě dochází vlivem podregulování k výraznému prodloužení doby regulace
- v závislosti na počtu nul s kladnou reálnou částí může vznikat také vícenásobné podregulování

Jestliže chceme eliminovat některé nuly systému, můžeme je zahrnout do požadovaných pólů uzavřené regulační smyčky (dojde pak k jejich krácení, za cenu vyššího stupně regulátoru). Tímto způsobem lze „krátit“ pouze stabilní nuly systému, jelikož eliminace nestabilní nuly by vedla na nestabilní regulátor.

Rozložme polynom v čitateli přenosové funkce systému na část zahrnující stabilní nuly, které budeme krátit s póly uzavřené regulační smyčky, a na část obsahující nestabilní nuly. Pak můžeme psát

$$F_s(p) = \frac{b^+(p)b^-(p)}{a(p)}$$

A pro přenos uzavřené regulační smyčky platí

$$F_u(p) = \frac{F_r(p)F_s(p)}{1+F_r(p)F_s(p)} = \frac{b^+(p)b^-(p)d(p)}{a_z^*(p)} = \frac{b^+(p)b^-(p)d(p)}{b^+(p)a_z(p)} = \frac{b^-(p)d(p)}{a_z(p)}$$

Kde $a_z^*(p) = b^+(p)a_z(p)$ je polynom obsahující požadované póly uzavřené regulační smyčky $a_z(p)$ rozšířený o stabilní nuly, které chceme krátit $b^+(p)$.

Pozn:

- ne všechny stabilní nuly musíme krátit
- stupeň regulátoru se zvýší na n-1+n^+ (n^+ označuje počet krácených stabilních nul)

Příklad:

Řízený systém je popsán přenosem $F_s(p) = \frac{b(p)}{a(p)} = \frac{p+2}{p^2 - 2p}$ (astatický systém s jedním nestabilním pólem).

Navrhněte takový dynamický regulátor, aby póly uzavřené regulační smyčky byly $p_1 = p_2 = p_3 = -1$.

Řešení:

Řízený systém je druhého řádu a pro libovolné umístění pólů uzavřené regulační smyčky tedy bude postačovat dynamický regulátor s minimálním řádem 1, $F_r(p) = \frac{d(p)}{c(p)} = \frac{d_1 p + d_0}{p + c_0}$. Parametry regulátoru určíme z řešení diofantické rovnice

$$a(p)c(p) + b(p)d(p) = a_z(p)$$

$$(p^2 - 2p)(p + c_0) + (p+2)(d_1 p + d_0) = (p+1)^3$$

$$p^3 + p^2(-2 + c_0 + d_1) + p(-2c_0 + 2d_1 + d_0) + 2d_0 = p^3 + 3p^2 + 3p + 1$$

řešíme nehomogenní soustavu 3 lineárních rovnic pro tři neznámé

$$\begin{aligned} c_0 + d_1 &= 5 \\ -2c_0 + 2d_1 + d_0 &= 3 \\ 2d_0 &= 1 \end{aligned}$$

jediné řešení

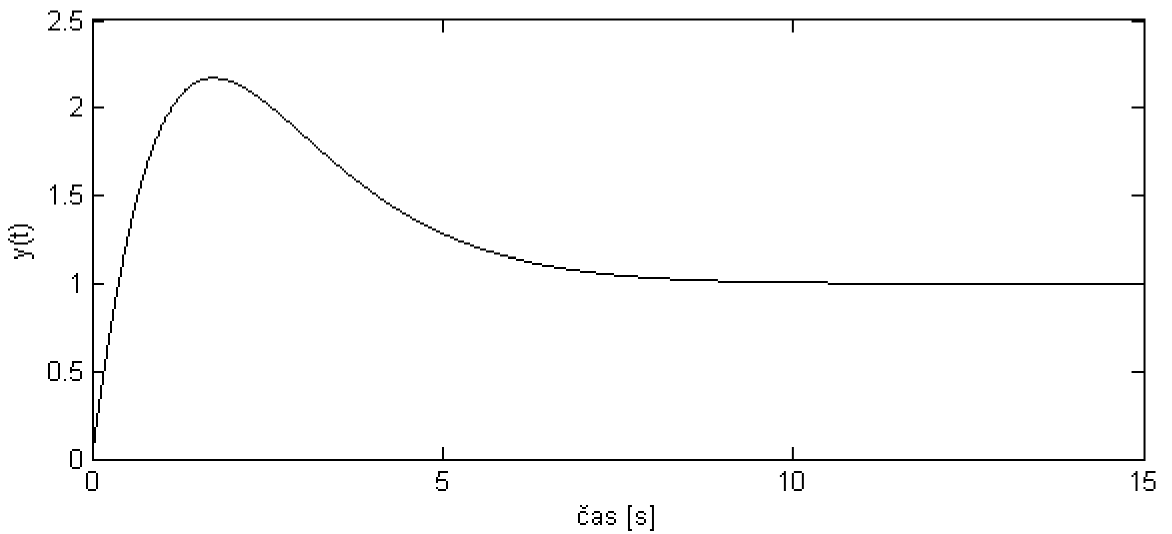
$c_0 = 1.875$, $d_0 = 0.5$, $d_1 = 3.125$

Přenosová funkce regulátoru tedy je $F_r(p) = \dfrac{3.125p + 0.5}{p + 1.875}$.

Přenosová funkce uzavřené regulační smyčky

$$F_u(p) = \frac{b(p)d(p)}{a_z(p)} = \frac{(p+2)(3.125p+0.5)}{p^3+3p^2+3p+1} = 3.125\frac{(p+2)(p+0.16)}{p^3+3p^2+3p+1}$$

V přenosu uzavřené smyčky přibyla jedna stabilní nula n = -0.16. Vzhledem k tomu, že leží mezi póly $p_{1,2,3}$ = -1 a bodem 0 (leží v oblasti konvergence) bude přechodová charakteristika vykazovat přeregulování.



Zdroje a doporučená literatura

- J. Melichar: učební texty k předmětu Lineární systémy 1, ZČU v Plzni, dostupné na http://www.kky.zcu.cz/uploads/courses/ls1/LS1_Ucebni_texty_2011.pdf
- J. Melichar: učební texty k předmětu Lineární systémy 2, ZČU v Plzni, dostupné na http://www.kky.zcu.cz/uploads/courses/ls2/LS2_Ucebni_texty_2011.pdf
- M. Schlegel: Průmyslové PID regulátory – Tutorial, dostupné na http://www.rexcontrols.cz/downloads/clanky/PIDTutor_CZ.pdf
- V. Srovnal: Kybernetika, skripta, VŠB – TU Ostrava, 2008 http://homel.vsb.cz/~ote009/files/kyb/Kybernetika.pdf
- I. Švarc: učební texty k předmětu Automatizace a regulace, VUT v Brně, dostupné na http://autnt.fme.vutbr.cz/svarc/ZakladyAutomatizace.pdf

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Poděkování

Tento projekt je spolufinancován
Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

Projekt CZ.1.07/2.2.00/15.0383
Inovace studijního oboru Dopravní a manipulační technika
s ohledem na potřeby trhu práce