

Aplikace kybernetiky ve strojírenství

7. Základy zpracování signálů v časové a frekvenční oblasti

Ing. Jan Jakl, Ph.D.

Podpořeno v rámci projektu CZ.1.07/2.2.00/15.0383
Inovace studijního oboru Dopravní a manipulační technika
s ohledem na potřeby trhu práce



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



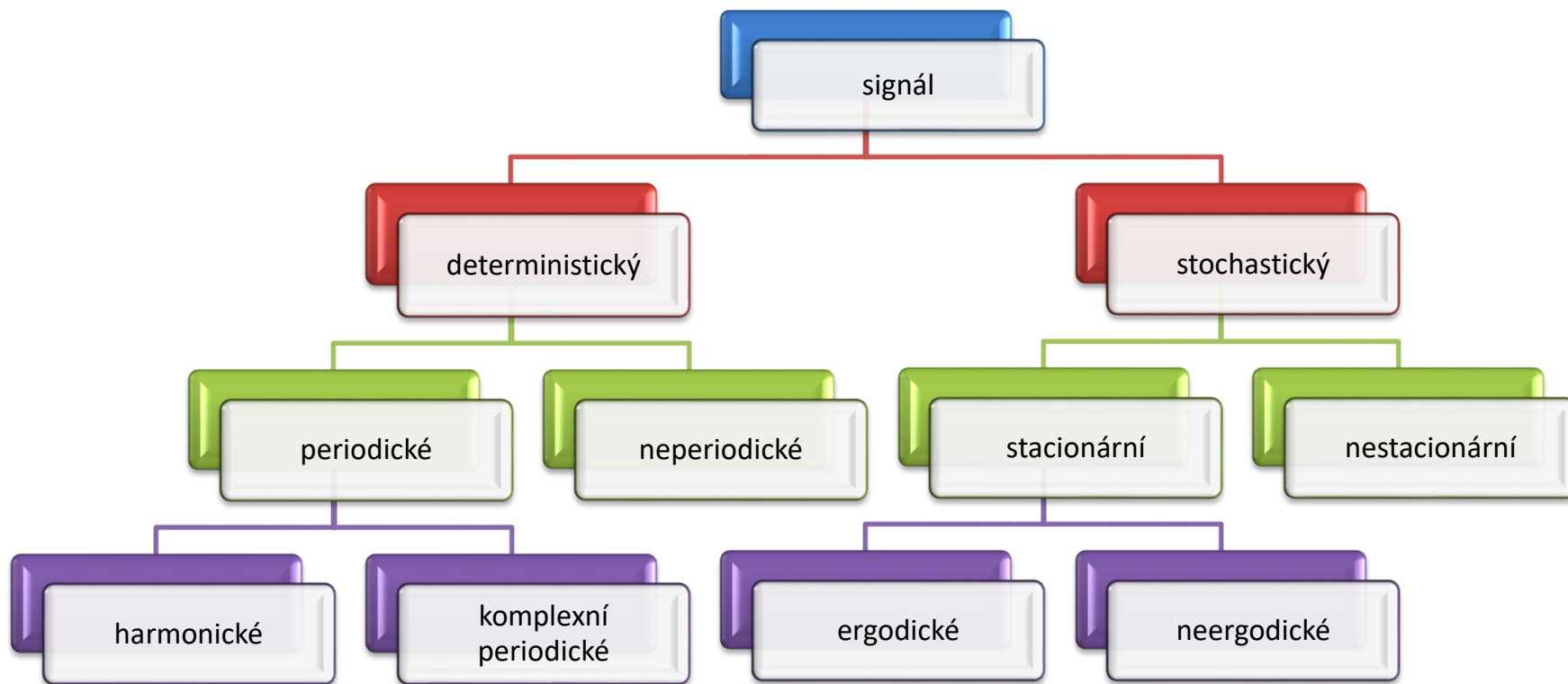
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Klasifikace signálů



Charakteristiky vibračních signálů v časové oblasti:

- Monokomponentní harmonický signál

$$x(t) = A \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \varphi)$$

A – amplituda

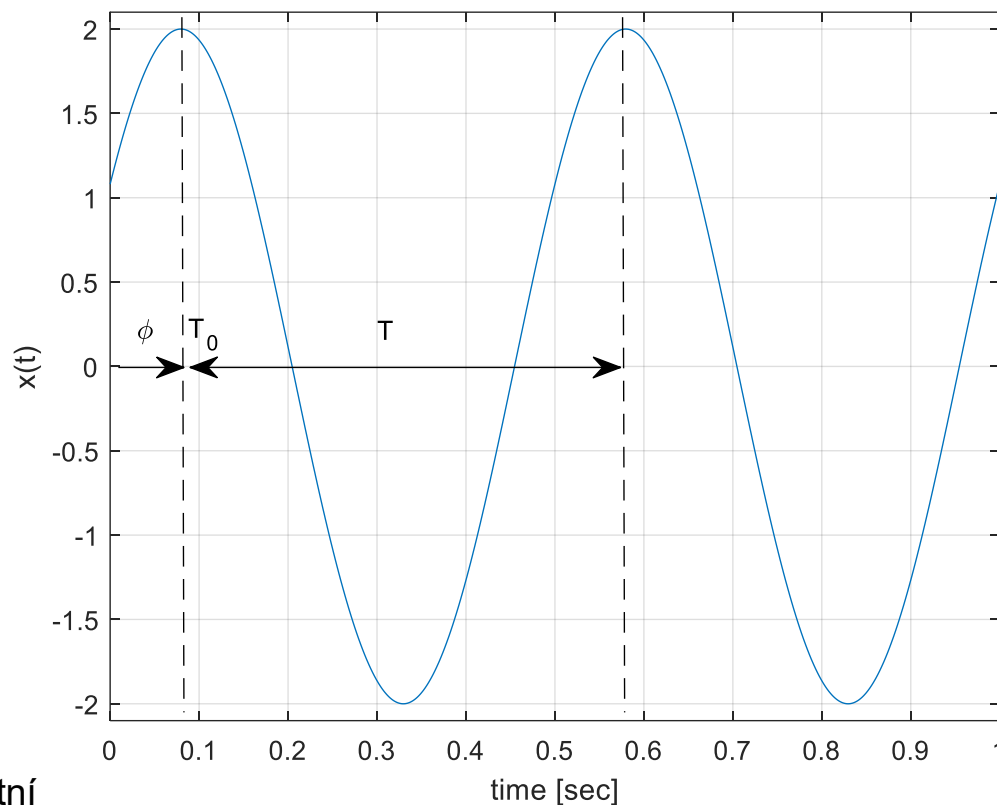
f – frekvence [Hz]

φ – počáteční fáze [rad]

T – perioda [s]

$$f = 1/T$$

$$\varphi = -\frac{T_0}{T} \cdot 2\pi$$



Stacionární signál – parametry jsou konstantní

Charakteristiky vibračních signálů v časové oblasti:

- **Střední hodnota**

$$\tilde{x} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$

$$\tilde{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x[i]$$

Pro harmonické signály platí:

$$\tilde{x} = 0$$

$$x_{0-P} = A$$

$$x_{P-P} = 2A$$

$$x_{rms} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

- **0-Peak (0-P)**

$$x_{0-P} = \max(|x(t) - \tilde{x}|)$$

- **Peak-Peak (P-P)**

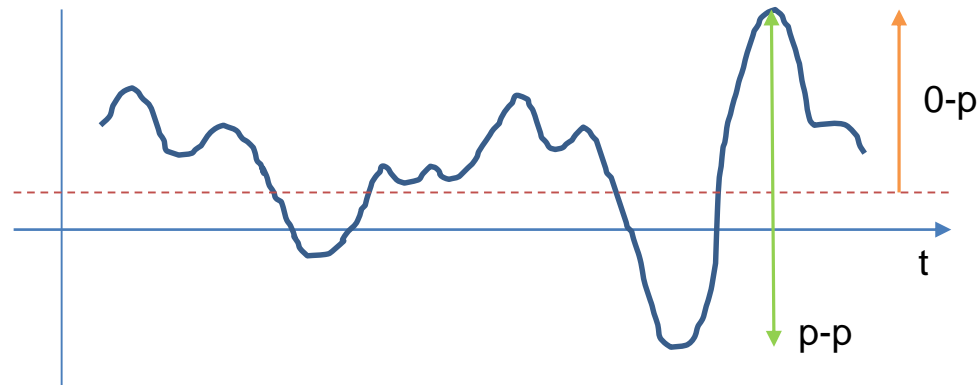
$$x_{P-P} = \max(x(t)) - \min(x(t))$$

- **Efektivní hodnota (RMS)**

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}$$

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x^2[i]}$$

Efektivní hodnota se používá zejména u signálů rychlosti a zrychlení



Další doplňkové charakteristiky:

- **Variance**

Udává míru rozložení hodnot okolo střední hodnoty.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (x[i] - \tilde{x})^2$$

- **Kurtosis – koeficient špičatosti**

$$k = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} (x[i] - \tilde{x})^4}{\sigma^4}$$

- **Skewness – koeficient šikmosti**

Nulová šikmost značí, že hodnoty jsou rovnoměrně rozmístěny okolo střední hodnoty

$$s = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} (x[i] - \tilde{x})^3}{\sigma^3}$$

Korelační funkce

Korelační funkce signálu $x(t)$ (autokorelační funkce) je definována vztahem

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) x(t + \tau) dt$$

Vzájemná korelační funkce signálů $x(t)$ a $y(t)$ je dána

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) y(t + \tau) dt, \quad R_{yx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) x(t + \tau) dt$$

Pro signály s konečnou délkou jsou autokorelační a vzájemná korelační funkce dány vztahy

$$R(\tau) = \frac{1}{t_b - t_a} \int_{t_a}^{t_b} x(t) x(t + \tau) dt, \quad t_a < \tau < t_b$$

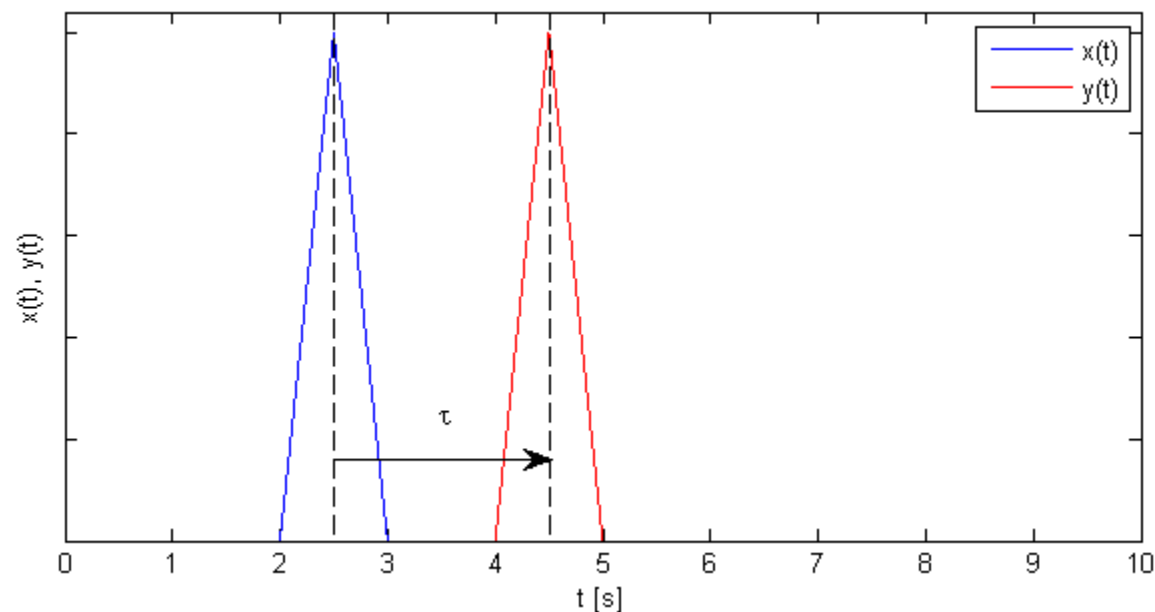
$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{t_b - t_a} \int_{t_a}^{t_b} x(t) y(t + \tau) dt, \quad R_{yx}(\tau) = \frac{1}{t_b - t_a} \int_{t_a}^{t_b} y(t) x(t + \tau) dt, \quad t_a < \tau < t_b$$

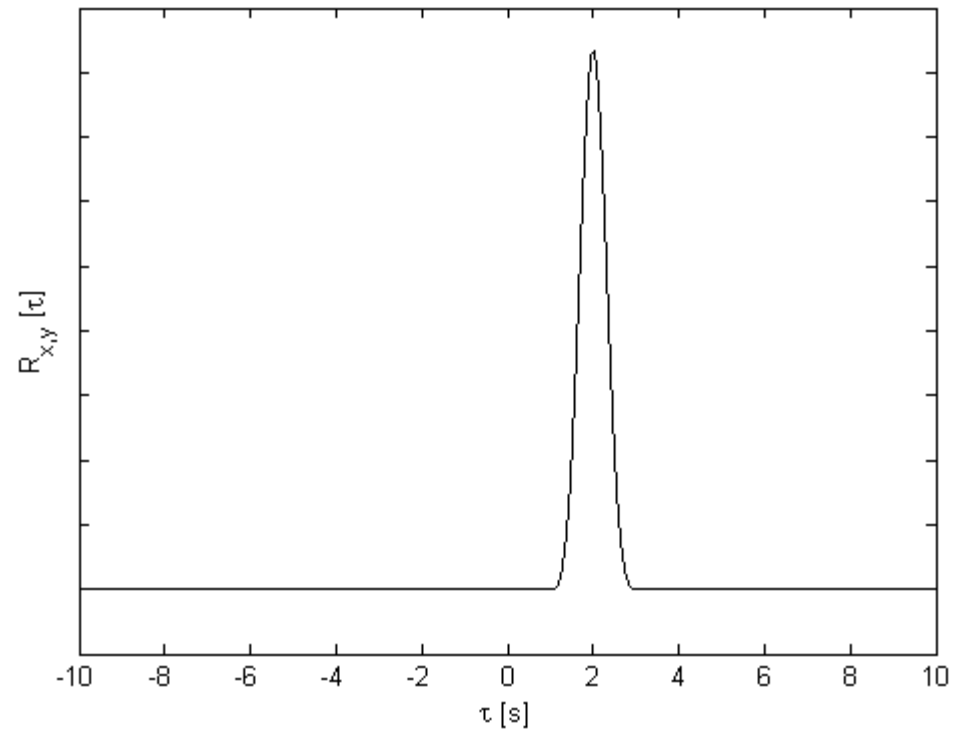
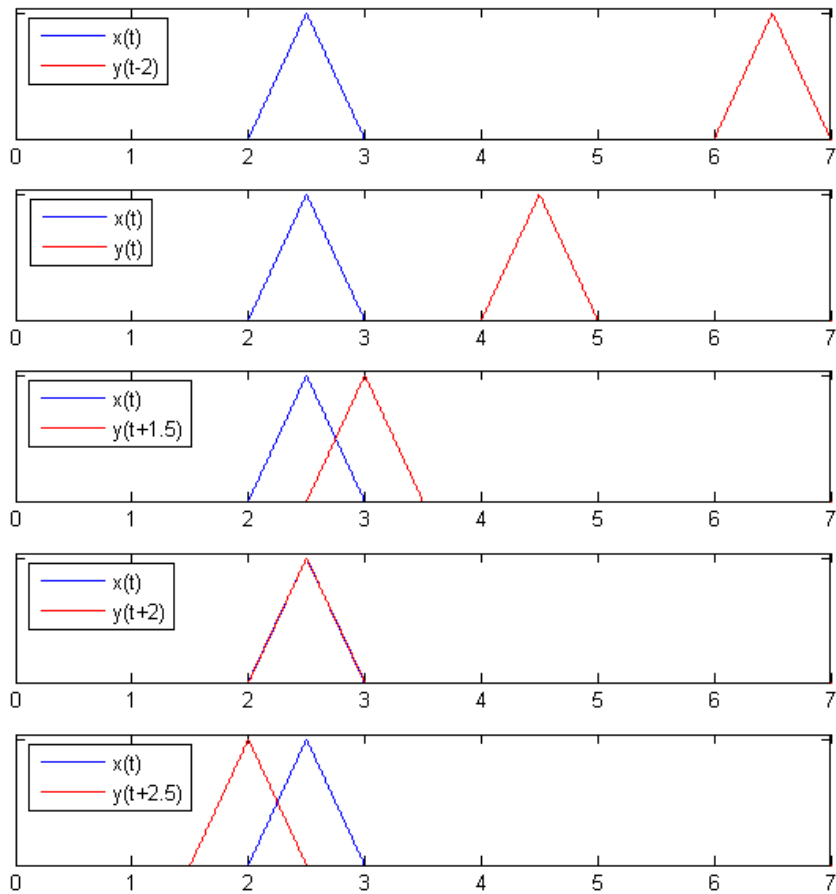
Ze vzájemné korelační funkce lze určit závislost (korelovanost) dvou signálů. Jestliže jsou dva signály identické, pak R_{xy} nabývá maxima pro posun 0, jestliže jsou dané signály nezávislé, pak je R_{xy} nulová. Pomocí autokorelační funkce lze například zjistit, zdali je zkoumaný signál periodický, neboť autokorelační funkce periodického signálu je také periodická.

Vztahy pro diskrétní signály

$$R[n] = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x[i]x[i+n] \quad R_{xy}[n] = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x[i]y[i+n]$$

Příklad – výpočet vzájemné korelační funkce

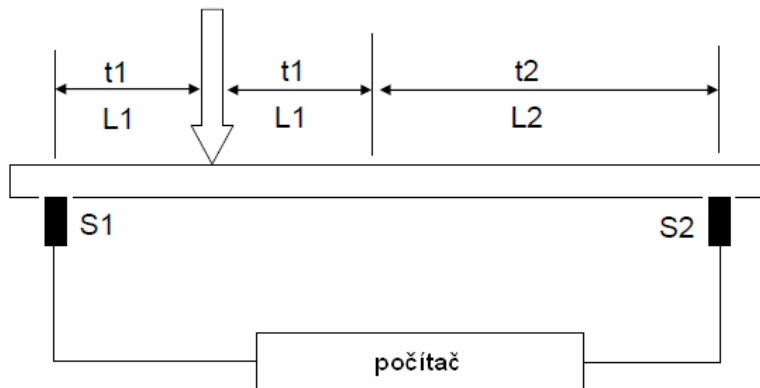




Příklad: Určení místa nárazu

Zadané hodnoty:

$$L = 50 \text{ [m]}, v = 5000 \text{ [m/s]}$$

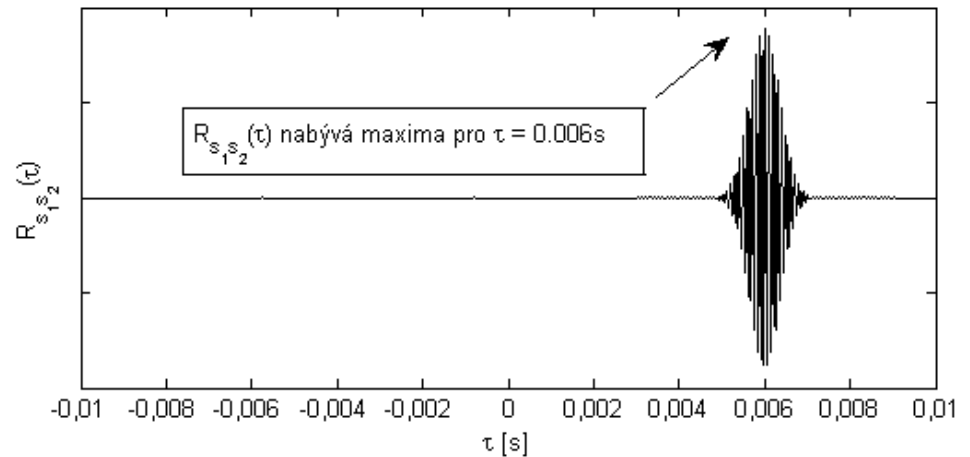
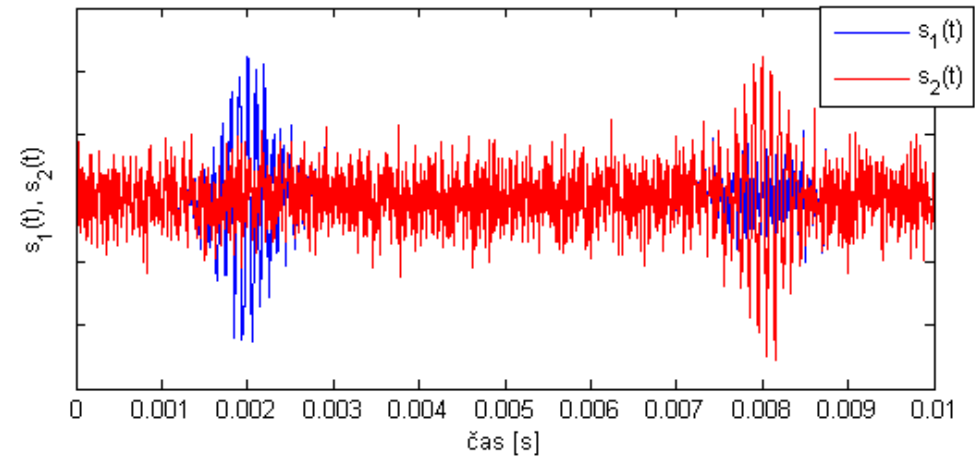


$$L = 2 \cdot L_1 + L_2$$

$$L_1 = \frac{L - L_2}{2} = \frac{L - vt_2}{2} \quad t_2 \text{ můžeme určit z } R_{s_1 s_2}(\tau)$$

$$L_1 = \frac{L - vt_2}{2} = \frac{50 - 5000 \cdot 0,006}{2} = 10 \text{ [m]}$$

$t_2 = |\tau|$, jestliže $\tau < 0$, je místo nárazu blíže ke snímači S_2 .



Zdroje a doporučená literatura

F. Tůma: Kybernetika, skripta, ZČU v Plzni

S. Kubík a kol.: Teorie automatického řízení I



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Poděkování

Tento projekt je spolufinancován
Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

Projekt CZ.1.07/2.2.00/15.0383
Inovace studijního oboru Dopravní a manipulační technika
s ohledem na potřeby trhu práce