

# Lesson 02

Ing. Marek Hruží Ph.D.

Univ. of West Bohemia, Faculty of Applied Sciences, Dept. of Cybernetics

30. září 2016



Mean-shift

Úvod

Definice

Modely

Optimalizace

Příklad - segmentace obrazu

Kriteriální funkce

Princip konstrukce a řezu grafu

Implementace

Aplikace metody graph-cut

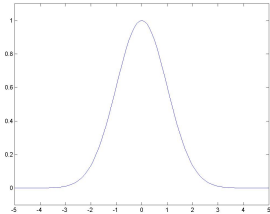
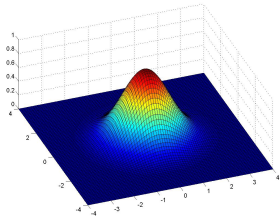


- ▶ a method for non-parametric probability density estimation
- ▶ a single parameter - size and shape of the kernel

$$K(x) = ck(\|x\|^2) \quad (1)$$

- ▶ symmetrical kernels are used
- ▶ normal kernel

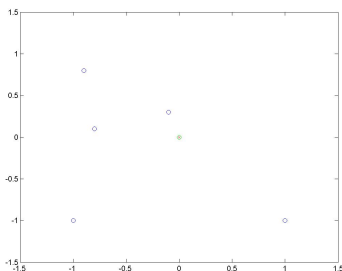
$$K_N(x) = c \exp\left(-\frac{1}{2}\|x\|^2\right) \quad (2)$$



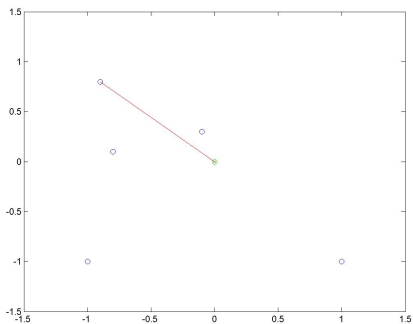
Obrázek: Normal kernel and its profile (without normalization)

- ▶ we have  $n$  vectors  $x_i$  in  $d$ -dimensional space  $\mathcal{R}^d$
- ▶ the multidimensional estimator of kernel density is defined as

$$\tilde{f}_{h,K}(x) = \frac{1}{nh^d} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - x_i}{h}\right), \quad (3)$$

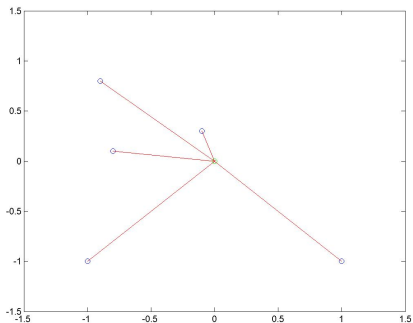


Obrázek: Set of points from a distribution



Obrázek: First point to compute

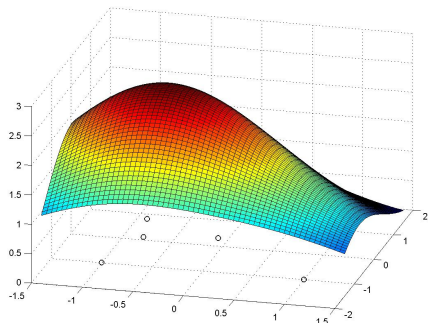
$$\tilde{f}_{h,K}^1(x) = \frac{c}{nh^d} \exp\left(-\frac{1}{2} \left\| \frac{x - x_1}{h} \right\|^2\right), \quad (4)$$



Obrázek: The rest of the points to compute

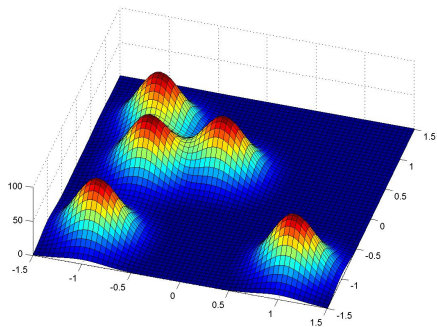
$$\tilde{f}_{h,K}(x) = \frac{1}{nh^d} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - x_i}{h}\right), \quad (5)$$

- ▶ for all the  $x$ s we obtain



Obrázek: Estimated density for  $h = 1$

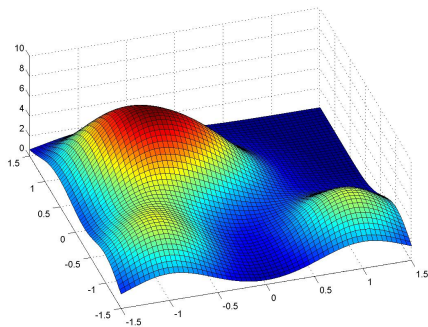
- ▶ for all the  $x$ s we obtain



Obrázek: Estimated density for  $h = 0.05$



- ▶ for all the  $x$ s we obtain



Obrázek: Estimated density for  $h = 0.3$

- ▶ we want to estimate the modes (peaks) of the distribution
- ▶ those are local extrema
- ▶ points  $x$  where  $\nabla \tilde{f}_{h,K}(x) = 0$

$$\nabla \tilde{f}_{h,K}(x) = \frac{1}{nh^d} \sum_{i=1}^n \nabla K \left( \frac{x - x_i}{h} \right), \quad (6)$$

- ▶ this will enable clustering of unknown points
- ▶ we need to compute  $\nabla K$
- ▶  $K = c \exp(-\frac{1}{2}\|x\|^2)$
- ▶ profile  $k = \exp(-\frac{1}{2}x)$

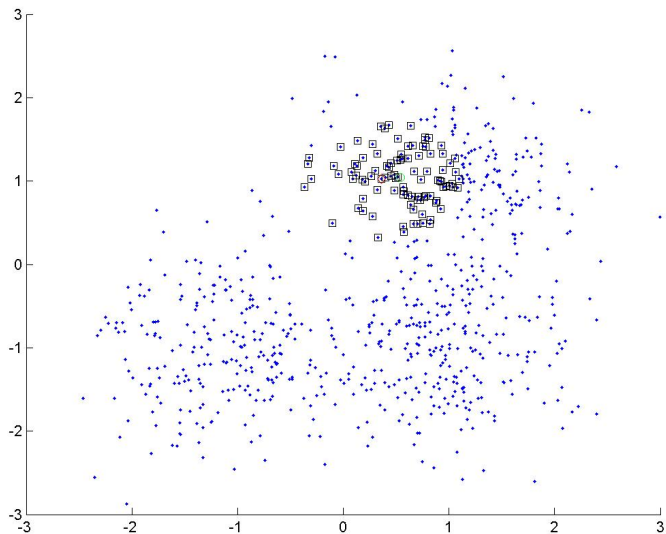
$$\nabla K = G = -x \exp \left( -\frac{1}{2}x^2 \right) \quad (7)$$



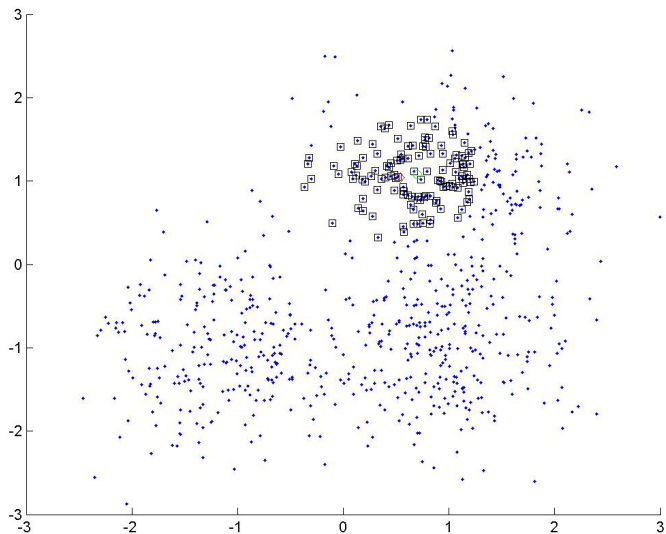
$$\begin{aligned}
\nabla \tilde{f}_{h,K}(x) &= \frac{1}{nh^d} \sum_{i=1}^n \left[ ck \left( \left\| \frac{x-x_i}{h} \right\|^2 \right) \right]' \\
&= \frac{1}{nh^d} \sum_{i=1}^n \frac{2c}{h^2} (x - x_i) k' \left( \left\| \frac{x-x_i}{h} \right\|^2 \right) \\
&= \frac{2c}{nh^{d+2}} \sum_{i=1}^n (x - x_i) k' \left( \left\| \frac{x-x_i}{h} \right\|^2 \right) \\
&= \frac{2c}{nh^{d+2}} \left( \sum_{i=1}^n k_i \right) \left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i k_i}{\sum_{i=1}^n k_i} - x \right),
\end{aligned} \tag{8}$$

- ▶  $k_i = -k'$
- ▶ this estimator estimates the gradient of the density function
- ▶ where it equals zero, there is a peak
- ▶ we will utilize this for clustering
- ▶  $\tilde{f}_{h,K'}(x) = \frac{2c}{nh^{d+2}} \sum_{i=1}^n k_i \left( \left\| \frac{x-x_i}{h} \right\|^2 \right)$  is estimator
- ▶  $m_{h,K'}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i k_i}{\sum_{i=1}^n k_i} - x$  is mean-shift

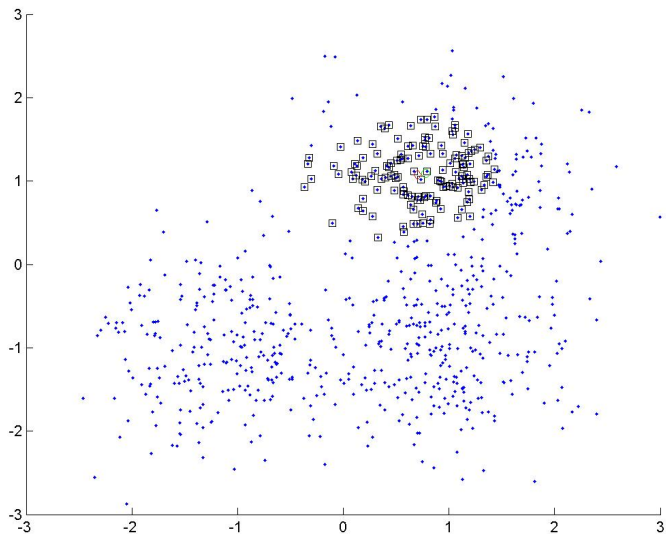




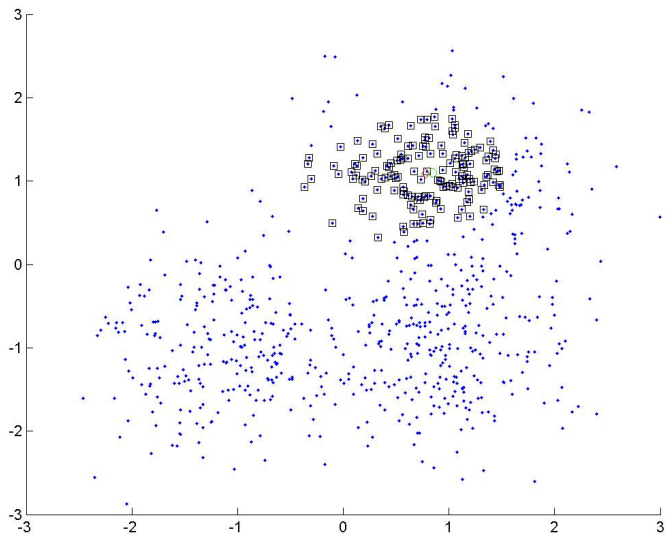
Obrázek: Mean shift iteration



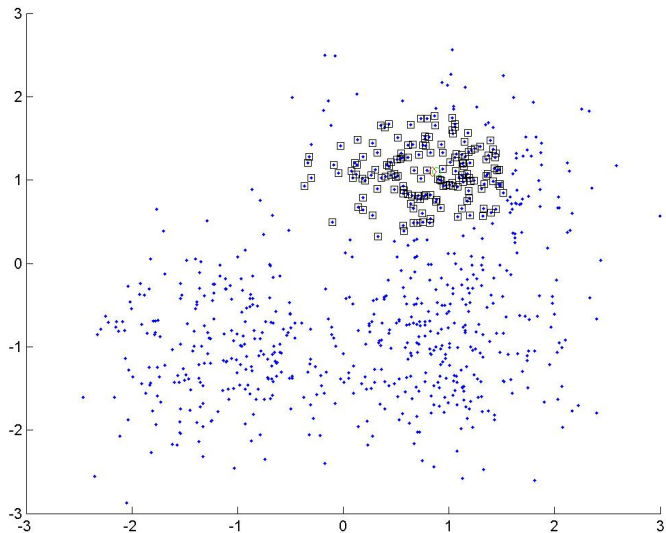
Obrázek: Mean shift iteration



Obrázek: Mean shift iteration

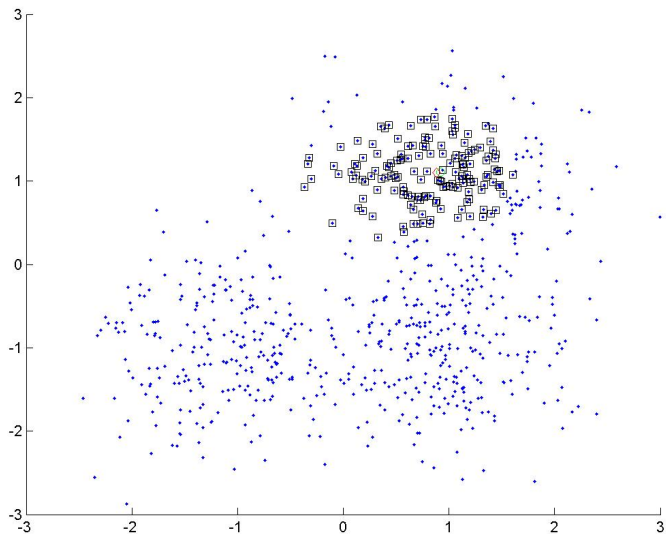


Obrázek: Mean shift iteration

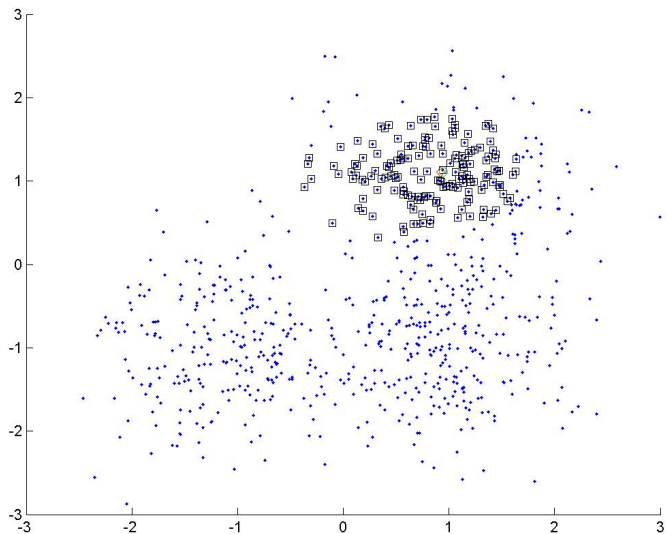


Obrázek: Mean shift iteration

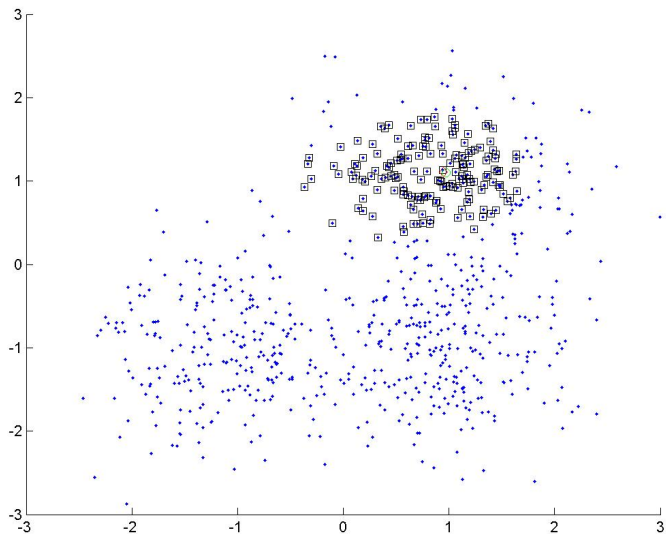




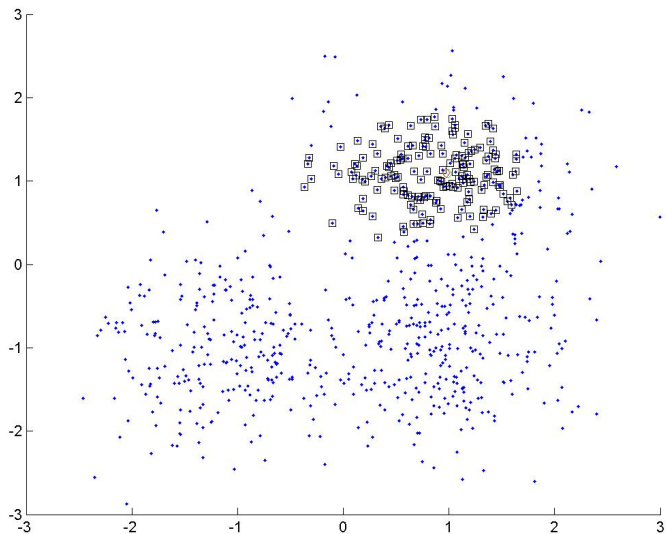
Obrázek: Mean shift iteration



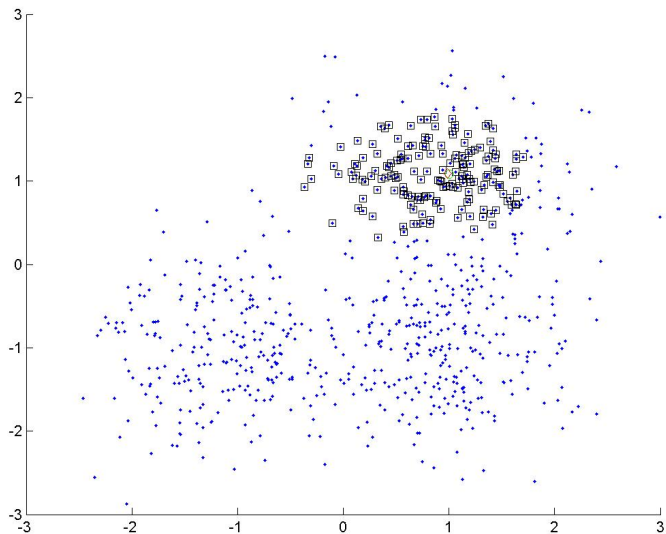
Obrázek: Mean shift iteration



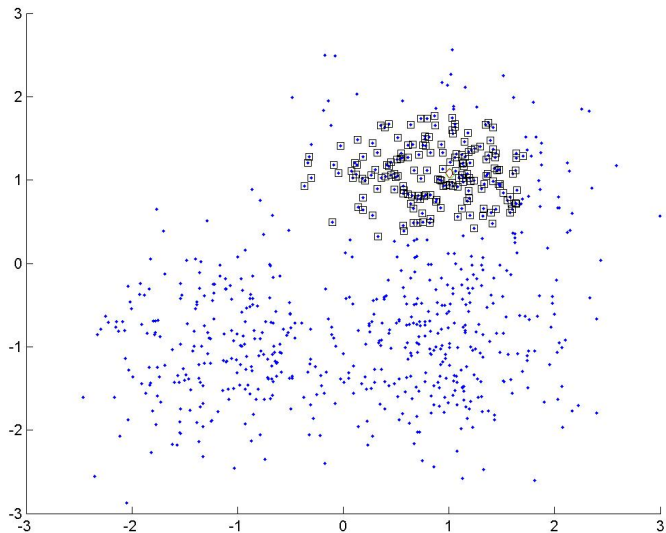
Obrázek: Mean shift iteration



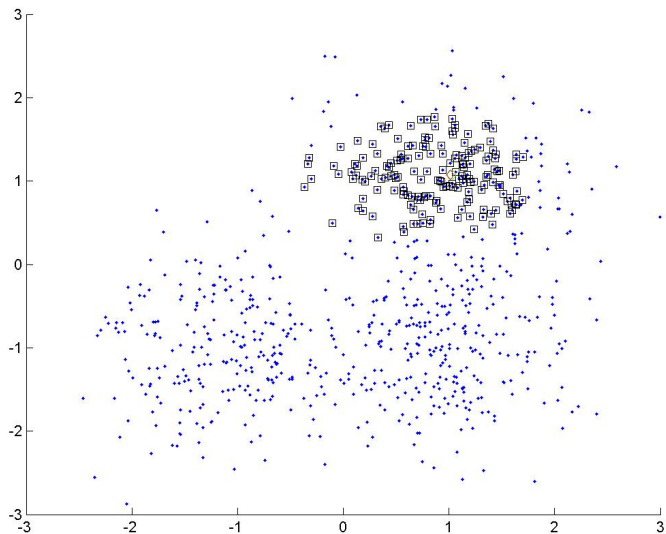
Obrázek: Mean shift iteration



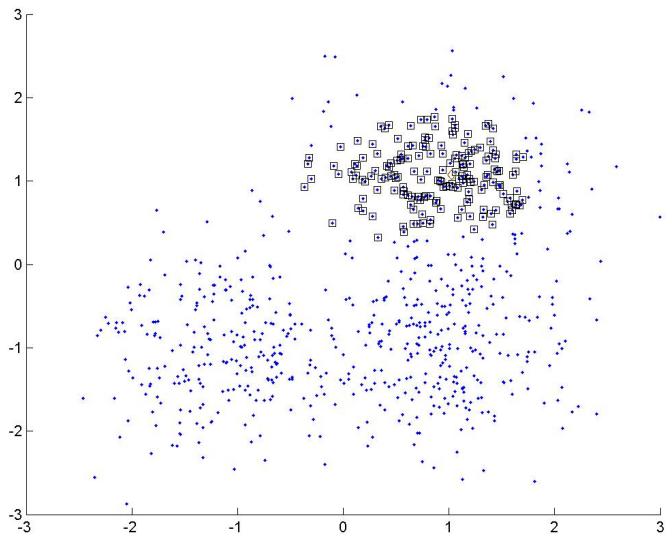
Obrázek: Mean shift iteration



Obrázek: Mean shift iteration

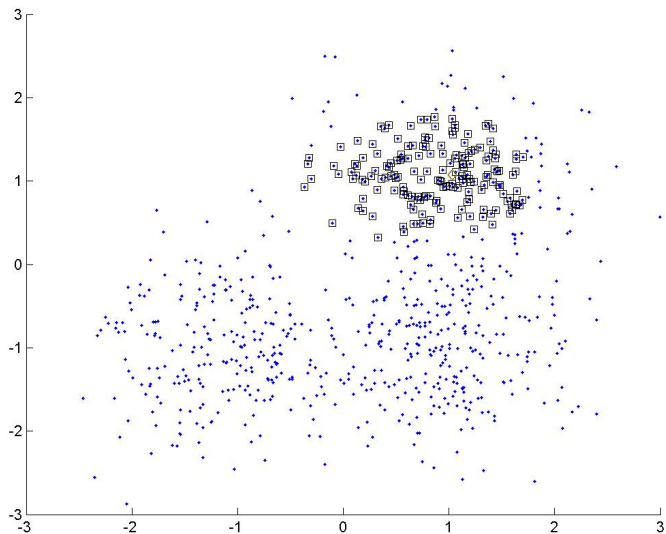


Obrázek: Mean shift iteration

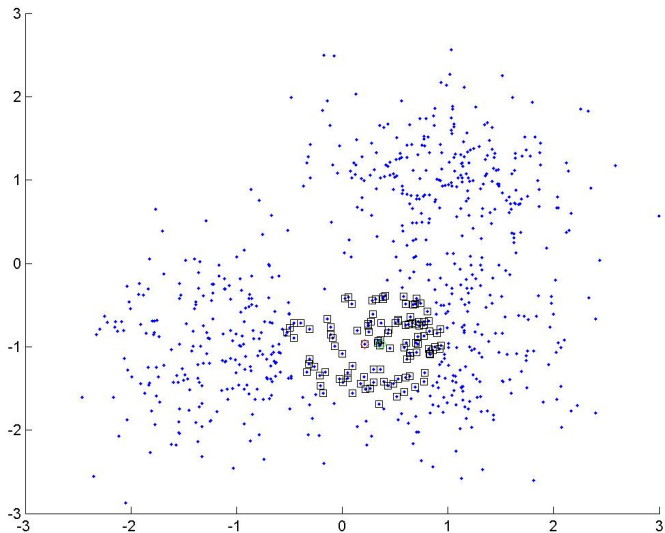


Obrázek: Mean shift iteration

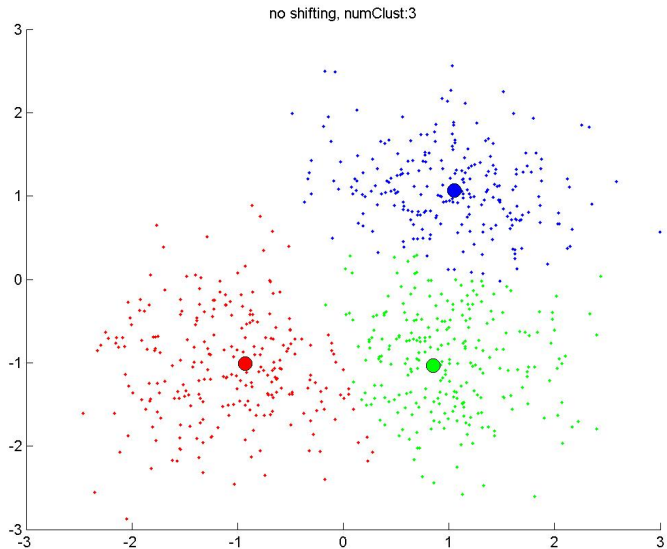




Obrázek: Mean shift iteration



Obrázek: Mean shift iteration



Obrázek: Mean shift iteration

- ▶ svět kolem nás je „hladký“ - změny většinou nepřichází naráz ale pozvolna
  - ▶ změny počasí
  - ▶ změny terénu
- ▶ příklad z oblasti zpracování obrazu:
  - ▶ pokud určitý pixel patří jednomu objektu, je pravděpodobné, že sousední pixely budou patřit témuž objektu
  - ▶ pokud se objekt v jednom framu videa vyskytuje na pozici  $(x, y)$ , bude se i v následujícím framu vyskytovat blízko této pozice
- ▶ **kontext** = souvislost sousedních bodů, tj. význam bodu je závislý na významech bodů sousedních
- ▶ využití kontextu je velmi cenné pro analýzu obrazu
- ▶ nástroj pro využití kontextu - **podmíněné pravděpodobnosti**



## Problém přiřazení labelů

- ▶ extrakce příznaků z obrazu
  - ▶ každý pixel  $p$  je definován příznakovým vektorem  $\vec{f}_p$
  - ▶ množina všech příznakových vektorů  $\dots f = \{\vec{f}_p : p \in \mathcal{I}\}$
- ▶ množina labelů  $\mathcal{L}$ 
  - ▶ label určitým způsobem klasifikuje pixel, kterému je přidělen
    - ▶ např.  
 $\mathcal{L} = \{\text{hrana, „nehrana“}\} \vee \{\text{obj, bgd}\} \vee \langle \text{disparita pixelů} \rangle$   
...
  - ▶ z hlediska Markovských modelů představuje label „skrytou“ proměnnou
  - ▶ každému pixelu  $p$  je přiřazen jeden label  $\omega_p$
  - ▶ **konfigurace pole**  $\dots \omega = \{\omega_p : p \in \mathcal{I}\}$
- ▶ obrázek o rozměrech  $N \times M \rightarrow |\mathcal{L}|^{NM} = |\Omega|$  možných výsledků
- ▶ jak vybrat ten správný?



- ▶ dána pozorovaná data  $f$  (obrázek, stereo snímky, ...)
- ▶ definovat pravděpodobnostní míru (pravděpodobnost olabelování)
  - ▶ pravděpodobnost konfigurace  $\omega$  je určena jako  $P(\omega|f)$
- ▶ určit nejpravděpodobnější olabelování
  - ▶ chceme najít  $\omega^*$  maximalizující  $P(\omega|f)$

## Odhad maximální aposteriori pravděpodobnosti (MAP):

- ▶  $\omega^{*\text{MAP}} = \arg \max_{\omega \in \Omega} P(\omega|f)$
- ▶ Bayesovo pravidlo:  $P(\omega|f) = \frac{P(f|\omega)P(\omega)}{P(f)}$
- ▶ pro neměnná data  $f$  je  $P(f)$  konstanta  $\Rightarrow$   
 $P(\omega|f) \propto P(f|\omega)P(\omega)$
- ▶ určení  $P(\omega)$  a  $P(f|\omega) \rightarrow$  **MRF**



- ▶ náhodné pole může být definováno jako graf  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ :
  - ▶  $\mathcal{E}$  je množina hran mezi uzly:  $(p, q) \in \mathcal{E} \iff q \in \mathcal{N}_p$
  - ▶  $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\}$  ... množina uzlů
  - ▶ každému uzlu odpovídá jedna náhodná proměnná  $\Omega_p$ , která může nabývat hodnoty  $\omega_p \in \mathcal{L}$
- ▶ MRF musí splňovat dvě nutné podmínky:
  1. pozitivita ...  $P(\omega) > 0, \forall \omega \in \Omega$  ( $\Omega$  je prostor všech možných konfigurací)
  2. Markovianita  
...  $P(\omega_p | \{\omega_q\}_{q \in \mathcal{V} \setminus \rho}) = P(\omega_p | \{\omega_q\}_{q \in \mathcal{N}_p}) = P(\omega_p | \omega_{\mathcal{N}_p})$



- ▶ Markovianita popisuje tzv. **knock-on efekt**: pomocí explicitních závislostí blízkých uzlů jsou implicitně popsány závislosti vzdálených uzlů → obrovská motivace pro používání MRF
- ▶ Markovianita popisuje kontextuální informaci - výsledek jednoho uzlu je závislý na sousedních uzlech
- ▶ určení sdružené ppsti  $P(\omega)$  je problém - naštěstí existuje Hammersley-Cliffordův teorém





# Hammersley-Cliffordův teorém

- ▶ definuje ekvivalenci mezi MRF a Gibbsovým rozložením
- ▶ Gibbsovo rozložení ppsti poskytuje matematické nástroje pro určení sdružené ppsti  $P(\omega)$ 
  - ▶  $P(\omega) = \frac{1}{Z} \times e^{-\frac{1}{T}E(\omega)}$
  - ▶  $Z = \sum_{\omega \in \Omega} e^{-\frac{1}{T}E(\omega)}$  ... normalizační koeficient
  - ▶  $T$  ... teplota = parametr určující špičatost rozložení
- ▶ důvodem použití Gibbsova rozložení je možnost vyjádřit energii konfigurace pole  $E(\omega)$  pomocí potenciálů klik v grafu:
  - ▶  $E(\omega) = \sum_{c \in \mathcal{C}} V_c(\omega)$
  - ▶  $\mathcal{C}$  ... množina všech klik<sup>1</sup> v grafu
- ▶ maximalizace  $P(\omega) \iff$  minimalizace energie  $E(\omega)$
- ▶ klasický optimalizační problém, jehož cílem je najít konfiguraci pole s minimální energií

---

<sup>1</sup>pojem klika vysvětlen na následujícím slidu






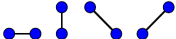
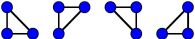



# Graf a jeho vlastnosti

- ▶ mějme graf  $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E})$
- ▶ uzel  $p \in \mathcal{V}$  může reprezentovat pixel, voxel, superpixel, objekt
- ▶ Mějme množinu  $c \subset \mathcal{V}$ . Pokud každý uzel této množiny je sousedem zbylých uzlů této množiny, pak je tato množina nazývána **klika** grafu.
- ▶ matematicky:  $c \subset \mathcal{V}$  je **klika** grafu  
$$\mathcal{G} \iff \forall p, q \in c, p \neq q : p \in \mathcal{N}_q$$
- ▶ podle počtu uzlů se kliky dělí na singletony, doubletony
- ▶ systém sousednosti je definován explicitně pomocí množiny hran  $\mathcal{E}$



## Systemy sousedství a příslušné kliky:

okolí	singletony	doubletony	tripletony	quadrupletony
				
				

- ▶ Gibbsovo rozložení je dáno vztahem  $P(\omega) = \frac{1}{Z} \times e^{-\frac{1}{T}E(\omega)}$
- ▶ energie MRF je možné vyjádřit pomocí klik grafu:

$$\begin{aligned} E(\omega) &= \sum_{c \in \mathcal{C}} V_c(\omega) = \\ &= \sum_{\{p\} \in \mathcal{C}_1} V_1(\omega_p) + \sum_{\{p,q\} \in \mathcal{C}_2} V_2(\omega_p, \omega_q) + \dots + \\ &\quad \sum_{\{p,q,\dots\} \in \mathcal{C}_n} V_n(\omega_p, \omega_q, \dots) \end{aligned}$$

- ▶ omezením se na čtyřkoly<sup>2</sup> jsou uvažovány pouze singletony a horizontální a vertikální doubletony:

$$E(\omega) = \sum_{\{p\} \in \mathcal{C}_1} V_1(\omega_p) + \sum_{\{p,q\} \in \mathcal{C}_2} V_2(\omega_p, \omega_q) =$$

$$E_{\text{data}}(\omega) + E_{\text{smoothness}}(\omega)$$

- ▶  $E_{\text{data}}(\omega)$  ... shoda konfigurace a dat
- ▶  $E_{\text{smoothness}}(\omega)$  ... zastupuje spojitost reálného světa, tzn. preferuje homogenní oblasti

---

<sup>2</sup>často používané kvůli efektivnosti výpočtu



# Isingův model

- ▶ jedná se o binární model vzhledem k počtu labelů, tzn.  
 $\mathcal{L} = \{0, 1\}$
- ▶  $E(\omega) = \sum_{\{p\} \in \mathcal{C}_1} V_1(\omega_p) + \sum_{\{p,q\} \in \mathcal{C}_2} V_2(\omega_p, \omega_q)$
- ▶ interakční člen  $V_2(\omega_p, \omega_q)$  modeluje diskontinuity v olabelování:
  - ▶  $V_2(\omega_p, \omega_q) = \beta|\omega_p - \omega_q| = \beta\delta(\omega_p, \omega_q)$
  - ▶  $\delta(f_p, f_q) = \begin{cases} 1 & \text{if } \omega_p \neq \omega_q \\ 0 & \text{if } \omega_p = \omega_q \end{cases}$  ... Kroneckerova delta
  - ▶ parametr  $\beta$  definuje míru penalizace za diskontinuitu, tzn. větší  $\beta$  preferuje kompaktní objekty



(a)  $\beta = 0.7$



(b)  $\beta = 1.1$



(c)  $\beta = 2$

- ▶ Isingův model je velmi používaný, velkým omezením je jeho binárnost
- ▶ v úlohách s větším počtem labelů se používá Pottsův model
- ▶ množina labelů  $\mathcal{L} = \{1, 2, \dots, M\}$
- ▶  $E(\omega) = \sum_{\{p\} \in \mathcal{C}_1} V_1(\omega_p) + \sum_{\{p,q\} \in \mathcal{C}_2} V_2(\omega_p, \omega_q)$
- ▶ interakční člen  $V_2(\omega_p, \omega_q)$  definován následovně:
  - ▶  $V_{p,q}(\omega_p, \omega_q) = \begin{cases} \beta & \text{if } \omega_p \neq \omega_q \\ -\beta & \text{if } \omega_p = \omega_q \end{cases}$
  - ▶ parametr  $\beta$  má stejný význam jako u Isingova modelu = definuje míru penalizace za diskontinuitu



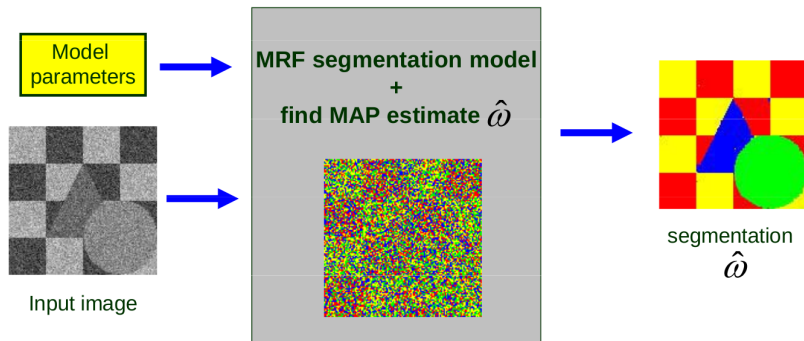
- ▶ jakmile máme vybraný model a definované všechny hrany uzlu, resp.  $E(\omega)_{smoothness}$  a  $E(\omega)_{data}$ , je třeba vybrat optimální konfiguraci pole
- ▶ celá řada optimalizačních metod:
  - ▶ gradientní metody
  - ▶ simulované žíhání
  - ▶ genetické algoritmy
  - ▶ **graph cut** - state of the art metoda, bude popsána
- ▶ některé metody jsou pouze lokálního charakteru, tzn. nutno ošetřit problém uváznutí v lokálním extrému - např. vícenásobná inicializace
- ▶ metody hledající globální extrém jsou výpočetně mnohem náročnější
- ▶ metoda graph cut<sup>3</sup> garantuje nalezení extrému, který je nejhůře  $c$ -krát horší, než globální extrém, přičemž  $c$  je předem známo

---

<sup>3</sup>resp. varianty využívající tzv. *large moves*:  $\alpha$  expansion a  $\alpha - \beta$  swap



# Segmentace 1/3



- neznáme: MRF segmentační model, parametry modelu



## 1. Určení MRF modelu

- ▶ třídy určeny pomocí Gaussova rozdělení:

$$P(f_s|\omega_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\omega_s}} \exp\left(-\frac{(f_s - \mu_{\omega_s})^2}{2\sigma_{\omega_s}^2}\right)$$

- ▶ potenciály klik:

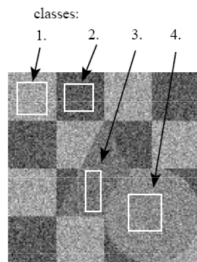
- ▶ singleton:  $-\log(P(f|\omega))$

- ▶ doubleton: upřednostňují stejné labely u sousedů;  $V_{C_2}(j, i) = \beta\delta(\omega_i, \omega_j) =$

$$\begin{cases} -\beta, & \omega_i = \omega_j \\ \beta, & \omega_i \neq \omega_j \end{cases}$$

## 2. Určení parametrů modelu

- ▶ interakční potenciál  $\beta$  - a priori
- ▶ počet tříd  $|\mathcal{L}|$  - poskytne uživatel
- ▶ každá třída  $\lambda$  reprezentována Gaussem  $N(\mu_\lambda, \sigma_\lambda)$



- ▶ pravděpodobnost konfigurace  $\omega$ :

$$P(\omega) = \frac{1}{Z} \exp(-E(\omega)) = \frac{1}{Z} \exp\left(-\sum_{c \in C} V_c(\omega)\right)$$

- ▶ definice energie:

$$E(\omega) = \sum_s \left( \log(\sqrt{2\pi}\sigma_{\omega_s}) + \frac{(f_s - \mu_{\omega_s})^2}{2\sigma_{\omega_s}^2} \right) + \sum_{s,r} \beta \delta(\omega_s, \omega_r)$$

- ▶  $\omega^{*\text{MAP}} = \arg \max_{\omega \in \Omega} P(\omega|f) = \arg \min_{\omega \in \Omega} E(\omega)$

- ▶ následuje optimalizace např. metodou graph cut



$$C(\mathbf{L}) = \lambda \cdot R(\mathbf{L}) + B(\mathbf{L})$$

- ▶  $R(\mathbf{L})$  váží oblast (region)
- ▶  $B(\mathbf{L})$  váží okraje segmentace (boundary), penalizuje samostatné pixely
- ▶  $\lambda$  váží vliv oblasti a okraje na výsledné kritérium

$$R(\mathbf{L}) = \sum_{p \in P} R_p(\mathbf{L}_p)$$

$$B(\mathbf{L}) = \sum_{\{p,q\} \in N} B_{\{p,q\}} \cdot \delta(\mathbf{L}_p, \mathbf{L}_q)$$

$$\delta(\mathbf{L}_p, \mathbf{L}_q) = \begin{cases} 1 & \text{pokud } \mathbf{L}_p \neq \mathbf{L}_q \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$



# Možný návrh kriteriální funkce

$$C(\mathbf{L}) = R(\mathbf{L}) + B(\mathbf{L})$$

$R(\mathbf{L})$  je míra vzdálenosti každého pixelu k barevnému prototypu dané třídy  $c(k)$

$$R(\mathbf{L}) = \sum_{[m,n] \in Image} \underbrace{(f(m,n) - c(k))^2}_{D_c}$$

$B(\mathbf{L})$  je ohodnocení sousedství třídy  $i$  a  $j$

$$B(\mathbf{L}) = \sum S_c(i,j)$$

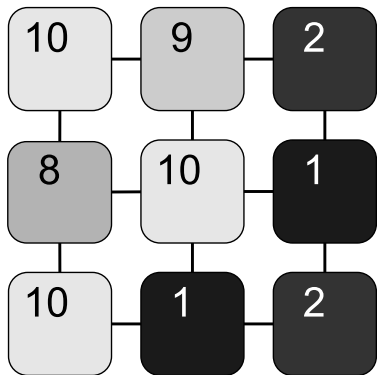
$$S_c(i,j) = \begin{cases} 0, & i = j \\ \gamma, & i \neq j \end{cases} \quad S_c = \begin{bmatrix} 0 & \gamma \\ \gamma & 0 \end{bmatrix}$$



# Matrice $D_c$



## Ukázky výpočtu kritéria



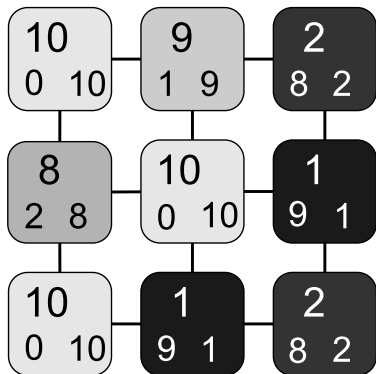
$$\lambda = 1$$

$$S_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{size}(D_c) = 3 \times 3 \times 2$$



## Ukázky výpočtu kritéria



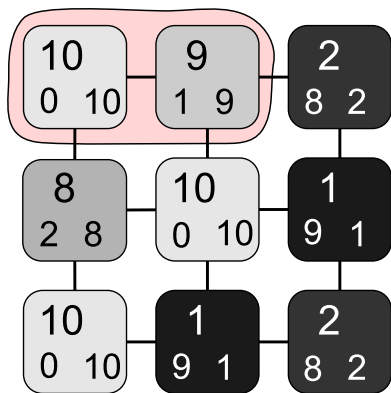
$$\lambda = 1$$

$$S_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{size}(D_c) = 3 \times 3 \times 2$$



## Ukázky výpočtu kritéria



$$E(A) = \lambda R(A) + B(A)$$

$$\lambda = 1, S_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R(A) = \sum \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 8 & 10 & 1 \\ 10 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 35$$

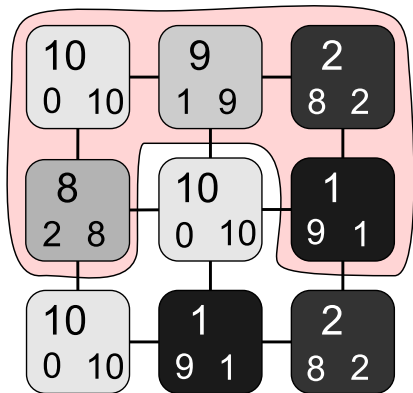
$$B(A) = 3$$

$$E(A) = 35 + 3 = 38$$





# Ukázky výpočtu kritéria



$$E(A) = \lambda R(A) + B(A)$$

$$\lambda = 1, S_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

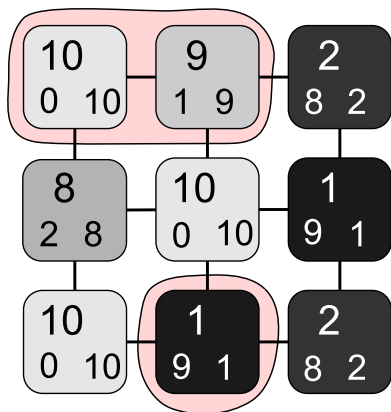
$$R(A) = \sum \begin{bmatrix} 0 & 1 & 8 \\ 2 & 10 & 9 \\ 10 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 43$$

$$B(A) = 5$$

$$E(A) = 43 + 5 = 48$$



## Ukázky výpočtu kritéria



$$E(A) = \lambda R(A) + B(A)$$

$$\lambda = 1, S_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

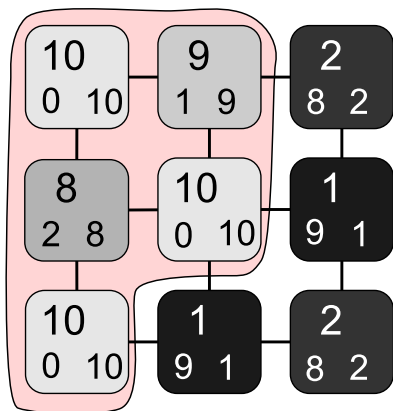
$$R(A) = \sum \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 8 & 10 & 1 \\ 10 & 9 & 2 \end{bmatrix} = 43$$

$$B(A) = 6$$

$$E(A) = 43 + 6 = 49$$



## Ukázky výpočtu kritéria



$$E(A) = \lambda R(A) + B(A)$$

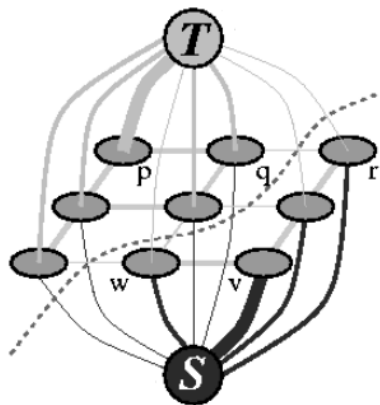
$$\lambda = 1, S_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R(A) = \sum \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 8$$

$$B(A) = 4$$

$$E(A) = 8 + 4 = 12$$





$T$ -linky spojují  $(p, t)$  a určují oblastní část kritéria  $R(\mathbf{L})$

$N$ -linky spojují  $(p, q)$  a určují hranovou část kritéria  $B(\mathbf{L})$

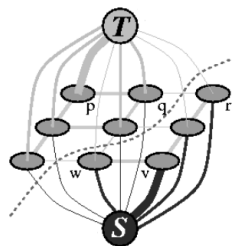
- ▶ Neinteraktivní podoba
  - ▶ Pixely o kterých nic nevíme
- ▶ Interaktivní podoba
  - ▶ Pixely o kterých nic nevíme
  - ▶ Pixely popředí
  - ▶ Pixely pozadí



# Volba vah v grafu

$$K = 1 + \max_{p \in I} \sum_{q: (p,q) \in N} B_{(p,q)}$$

Hrana	Váha
$(p, q)$	$B_{(p,q)}$ pro $(p, q) \in N$
$(s, p)$	$\lambda R_p(bgd)$ pro $p \in I, P \notin (O \cup B)$
	$K$ pro $p \in O$
	$0$ pro $p \in B$
$(p, t)$	$\lambda R_p(obj)$ pro $p \in I, P \notin (O \cup B)$
	$0$ pro $p \in O$
	$K$ pro $p \in B$



Tabulka: Váhy jednotlivých typů hran při konstrukci grafu pro segmentaci pomocí Grap-Cut

# Hledání minimálního řezu - Graph Cut

- ▶ Grow stage
- ▶ Augment stage
- ▶ Adopt stage

Details in: Yuri Boykov and Vladimir Kolmogorov: "An Experimental Comparison of Min-Cut/Max-Flow Algorithms for Energy Minimization in Vision"

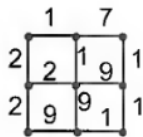
<http://www.csd.uwo.ca/~yuri/Papers/pami04.pdf>



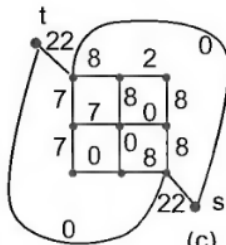
# Hledání minimálního řezu - alternativa

10	9	2
8	10	1
10	1	2

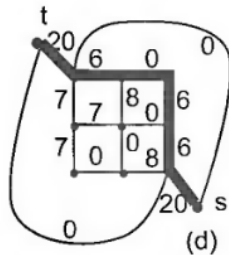
(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)



(g)



$$R_p(obj) = -\ln P(I_p|O)$$

$$R_p(bgd) = -\ln P(I_p|B)$$

$$B(p, q) = \exp\left(-\frac{(I_p - I_q)^2}{2\sigma^2}\right) \frac{1}{\|p, q\|}$$

Kde  $P(I|O)$  a  $P(I|B)$  reprezentují míru věrohodnosti, že pixel náleží objektu, nebo pozadí. Výraz  $\|p, q\|$  znamená vzdálenost mezi pixely a  $\sigma^2$  představuje očekávaný rozptyl jasových hodnot.



## Segmentace pomocí Graph-Cut v Matlabu

```
img = [10  9  2  
8 10  1  
10  1  2];  
lambda = 1;  
Dc(:, :, 1) = lambda * (img);  
Dc(:, :, 2) = lambda * (10 - img);  
Sc = [0  1  
1  0];  
[gch] = GraphCut('open', Dc, Sc);  
[gch L] = GraphCut('expand', gch);  
[gch] = GraphCut('close', gch);
```



## Výpočet hodnoty kritéria v Matlabu

```
img = [10  9  2
      8 10  1
      10  1  2];
lambda = 1;
Dc(:, :, 1) = lambda * (img);
Dc(:, :, 2) = lambda * (10 - img);
Sc = [0 1
      1 0];
labels = [1 1 0
          0 0 0
          0 0 0];
[gch] = GraphCut('open', Dc, Sc);
[gch] = GraphCut('set', gch, labels)
[gch se de] = GraphCut('energy', gch);
[gch] = GraphCut('close', gch);
```



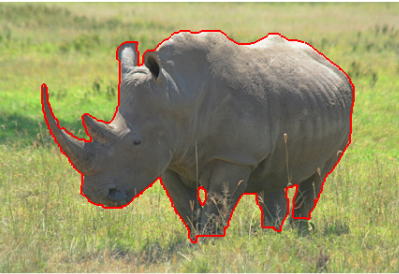
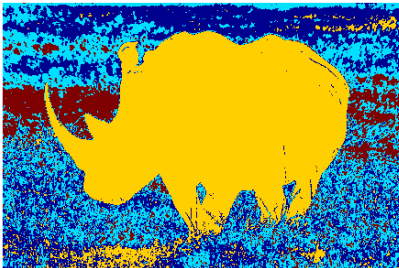
- ▶ Segmentace
- ▶ Restaurace
- ▶ Syntéza
- ▶ Stereoidění



# Segmentace - Jednoduchá

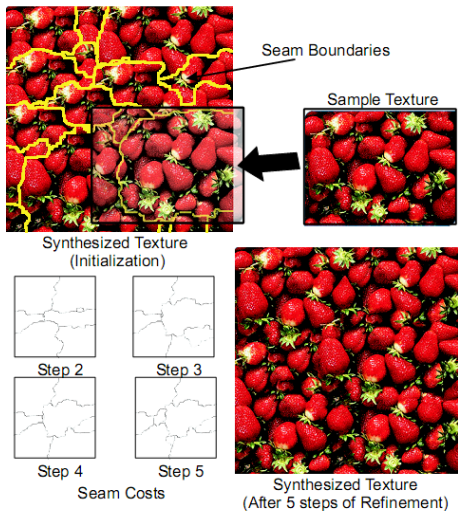


# Segmentace



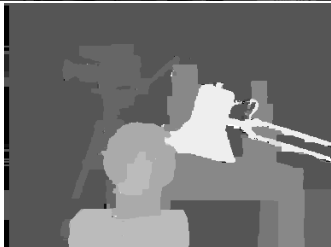
# Restauration







# Stereovidění



Pro detaily viz [?]

- ▶ Interaktivní segmentace tumoru
- ▶ Interaktivní segmentace jater
- ▶ Interaktivní 3D segmentace

