7. SAMOORGANIZUJÍCÍ SE SÍTĚ

- samy se snaží objevit zákonitosti a souvislosti ve vstupních datech (tzv. proces samoorganizace), tzn. během učení (učení bez učitele) se snaží nastavit své váhy a prahy tak, aby na podobné vstupy reagovaly podobnými výstupy → dochází k tzv. shlukování vstupních dat
- míra podobnosti se obvykle posuzuje pomocí Eukleidovské vzdálenosti

Poznámka: Eukleidovská vzdálenost mezi 2 vektory $\underline{a}$ a $\underline{b}$ dimenze n

$$\|\underline{a}-\underline{b}\| = \sqrt{(\underline{a}-\underline{b})^T \cdot (\underline{a}-\underline{b})} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (a_i - b_i)^2}$$

Princip shlukování:

Předpokládejme, že máme množinu P vektorů dimenze n $\{\underline{x}_1, \underline{x}_2, \ldots, \underline{x}_P\}$, které chceme rozdělit do R shluků $S_1, S_2, \ldots, S_R$, přičemž každý shluk je reprezentován svým centroidem $\underline{w}_r$; $r = 1, 2, \ldots, R$, pro který platí

$$\underline{w}_r = \frac{1}{P_r} \sum_{\underline{x}_j \in S_r} \underline{x}_j \quad ; \; P_r \ldots \text{počet vektorů ve shluku } S_r$$

Vektor $\underline{x}$ chceme zařadit do jedno z R shluků → zařadíme ho do toho shluku S_m, k jehož centroidu je $\underline{x}$ nejblíže → musí platit

$$\|\underline{x} - \underline{w}_m\| = \min_{r=1,\ldots,R} \|\underline{x} - \underline{w}_r\| \qquad (1)$$

Po přidání vektoru $\underline{x}$ do shluku S_m se změní poloha centroidu $\underline{w}_m$, centroidy ostatních shluků zůstávají beze změny.

Označení:

$\underline{w}_m(k)$ ... centroid shluku S_m před přidáním vektoru $\underline{x}$

$P_m(k)$ ... počet vektorů ve shluku S_m před přidáním vektoru $\underline{x}$

$S_m(k)$ ... množina vektorů, které jsou zahrnuty ve shluku S_m před přidáním vektoru $\underline{x}$

$\underline{w}_m(k+1)$ ... centroid shluku S_m po přidání vektoru $\underline{x}$

$P_m(k+1)$ ... počet vektorů ve shluku S_m po přidání vektoru $\underline{x}$ (tzn. $P_m(k+1) = P_m(k) + 1$)

$S_m(k+1)$ ... množina vektorů, které jsou zahrnuty ve shluku S_m po přidání vektoru $\underline{x}$ (tzn. $S_m(k+1) = S_m(k) \cup \underline{x}$)

$$\underline{w}_m(k+1) = \frac{1}{P_m(k+1)} \sum_{\underline{x}_j \in S_m(k+1)} \underline{x}_j = \frac{1}{P_m(k+1)} \left[\sum_{\underline{x}_j \in S_m(k)} \underline{x}_j + \underline{x} \right] =$$

$$= \frac{1}{P_m(k+1)} \left[\underbrace{\frac{P_m(k)}{P_m(k)} \sum_{\underline{x}_j \in S_m(k)} \underline{x}_j}_{\underline{w}_m(k)} + \underline{x} \right] =$$

$$= \frac{1}{P_m(k+1)} \left[P_m(k) \cdot \underline{w}_m(k) + \underline{x} + \underline{w}_m(k) - \underline{w}_m(k) \right] =$$

$$= \frac{1}{P_m(k+1)} \left[\underline{w}_m(k) \cdot \underbrace{(P_m(k) + 1)}_{P_m(k+1)} + \underline{x} - \underline{w}_m(k) \right] =$$

$$= \boxed{\underline{w}_m(k) + \frac{\underline{x} - \underline{w}_m(k)}{P_m(k+1)}} \qquad (2)$$

57

7.1. Kohonenova síť

- určena pro shlukování vstupních vektorů dimenze n do R shluků
- je jednovrstvá nerekurentní síť s R výstupy, n vstupy a nulovým prahovým vektorem
- každý řádek váhové matice je normalizován tak, že má velikost 1, tzn. že pro i-tý řádek váhové matice platí

$$\|\underline{w}_i\| = \sqrt{\sum_j w_{ij}^2} = 1$$

7.1.1. Učení Kohonenovy sítě

- jde o učení bez učitele
- probíhá na základě tzv. <u>pravidla vítěze</u> ("vítěz bere vše") => na základě vstupního vektoru $\underline{x}$ se změní váhy m-tého neuronu podle vztahu

58

$$\hat{\underline{w}}_m(k+1) = \underline{w}_m(k) + c \cdot (\underline{x}^T - \underline{w}_m(k)) \qquad (3)$$

c ... konstanta učení, obvykle $c \in \langle 0{,}1 ; 0{,}7 \rangle$

přičemž m-tý neuron je tzv. <u>vítěz</u>, pro kterého platí

$$\underline{w}_m \cdot \underline{x} = \max_{i=1,\dots R} \underline{w}_i \cdot \underline{x} \qquad (4)$$

=> mění se váhy neuronu s největší aktivační hodnotou, váhy ostatních neuronů se nemění

Po změně vah je třeba váhový vektor m-tého neuronu normalizovat, tzn.

$$\underline{w}_m = \frac{\hat{\underline{w}}_m}{\|\hat{\underline{w}}_m\|}$$

- Váhová matice $\underline{W}(0)$ se inicializuje náh. čísly, poté je třeba provést normalizaci každého řádku.

59

<u>Vlastnosti Kohonenovy sítě</u>

1) Váhy neuronů se při trénování blíží do středu shluků, které reprezentují

2) Síť má pouze jednu vrstvu => lze s ní najít pouze lineárně oddělitelné shluky.

3) I v případě lineárně oddělitelných shluků nemusí být tyto shluky vždy nalezeny.

4) Váhy měnící se podle vztahu (3) při konstantní hodnotě c nekonvergují ke konstantním hodnotám. Proto se často využívá proměnlivá konstanta učení $c(t)$, která má po určitou dobu t_p (např. 1000 kroků) konstantní hodnotu c_0 a pak se snižuje (např. podle vztahu

$$c(t) = c_0 \cdot e^{-\frac{t - t_p}{t_q}} \qquad \text{pro } t > t_p,$$

kde t_q udává rychlost poklesu).

60

<u>Poznámka</u>: Pokud předem neznáme počet shluků, předpokládáme, že shluků je velké množství. Během trénování pak některé neurony pravděpodobně nebudou měnit své váhy => nemají význam a lze je vypustit.

<u>Použití Kohonenovy sítě</u>
- hledání shluků ve vstupních datech
- vektorová kvantizace

5) Po natrénování sítě bude pro zadaný vstupní vektor největší hodnota na výstupu toho neuronu, jehož váhy reprezentují centroid shluku, ke kterému má daný vstupní vektor nejblíže.

(61)

7.2. Kohonenova mapa (feature map)

- speciální případ Kohonenovy sítě
- neurony jsou uspořádány tak, že tvoří jednorozměrné či dvojrozměrné pole.

Učení Kohonenovy mapy

- učení bez učitele podle pravidla vítěze
- mění se nejen váhy vítězného neuronu, ale i váhy neuronů okolních.

Pro změnu vah platí

$$w_i(k+1) = w_i(k) + c\cdot(x^T - w_i(k)) \quad \text{pro } i \in N_m(k)$$

$w_i(k)$ ... i-tý řádek matice W (není normalizovaný)

$N_m(k)$ ... okolí m-tého (vítězného) neuronu v čase k

c ... konstanta učení

Pro vítězný neuron m přitom platí

$$\|x - w_m^T\| = \min_{i=1,\dots,R} \|x - w_i^T\|$$

! řádky váhové matice se nenormalizují !

(62)

Definice okolí vítězného neuronu

okolí o poloměru 0 - zahrnuje pouze vítězný neuron

okolí o poloměru 1 - zahrnuje vítězný neuron a jeho bezprostřední sousedy

okolí o poloměru 2 - zahrnuje neurony z okolí o poloměru 1 a jejich bezprostřední sousedy

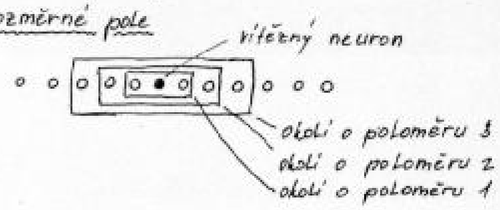
okolí o poloměru 3

⋮

(63)

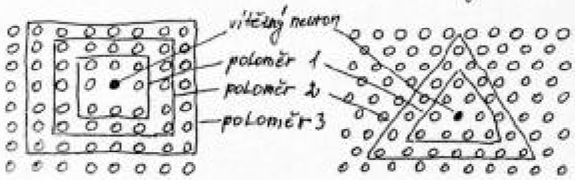
Ilustrace různých typů okolí

- jednorozměrné pole

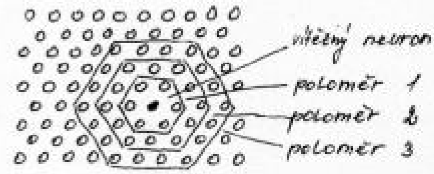


- dvourozměrné pole

-okolí pravoúhlého tvaru - okolí trojúhelníkového tvaru



- okolí šestiúhelníkového tvaru



(64)

- v procesu trénování sítě se velikost okolí zmenšuje. Na začátku trénování se velikost okolí obvykle volí tak, že zahrnuje všechny neurony sítě. Pak se velikost okolí lineárně snižuje až na nulu, kdy okolí obsahuje pouze vítězný neuron. Doba trénování se obvykle volí tak, aby doba, po kterou je velikost okolí rovna 0, byla přibližně 3x větší než doba, po kterou docházelo ke snižování velikosti okolí.
- inicializace vah se provádí malými náhodnými čísly, obvykle z intervalu <0,1; 0,1>
- konstanta učení c je podobně jako u Kohonenovy sítě proměnlivá v čase.

Použití Kohonenových map

- redukce počtu příznaků pro klasifikaci
- vizualizace vektorů velké dimenze