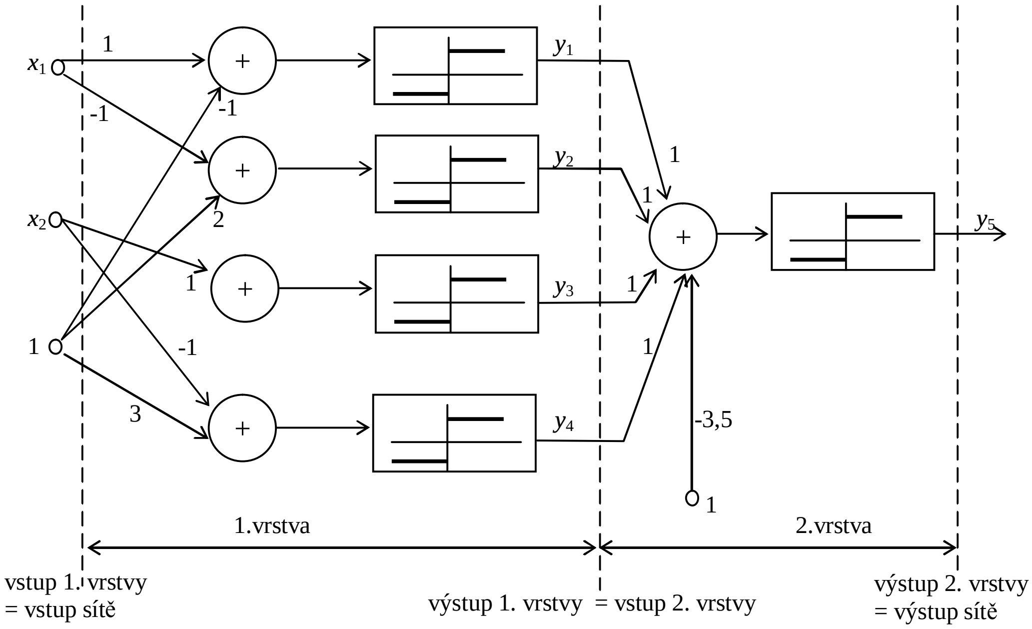
Ø ***<u>Příklad:</u>***

Analyzujte chování dvouvrstvé nerekurentní sítě znázorněné na obrázku, tzn. určete výstup sítě v závislosti na vstupu sítě.

a) neurony mají bipolární binární aktivační funkci



<u>Řešení:</u>

Každou vrstvu sítě lze popsat: $y_i^l = f^l\left(\boldsymbol{w}_i^l \boldsymbol{x}^l + b_i^l\right)$ … výstup $\boldsymbol{i}$-tého neuronu v l-té vrstvě (l = 1, 2)

<u>1. vrstva:</u>

vstupní vektor: $\boldsymbol{x}^1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$

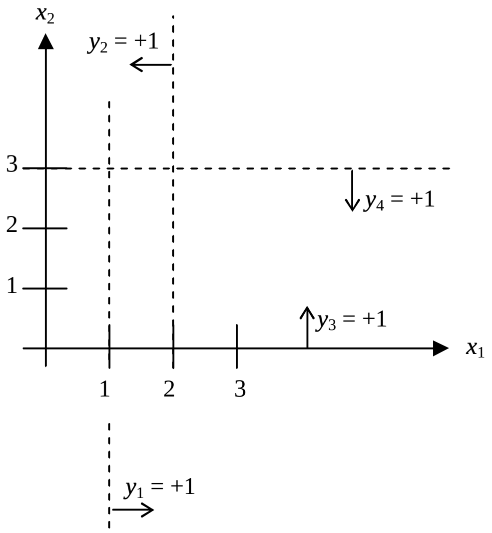
váhová matice: $\boldsymbol{W}^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

prahový vektor: $\boldsymbol{b}^1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

výstupní vektor: $\boldsymbol{y}^1 = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{sgn}(x_1 - 1) \\ \mathrm{sgn}(-x_1 + 2) \\ \mathrm{sgn}(x_2) \\ \mathrm{sgn}(-x_2 + 3) \end{bmatrix}$

Co vlastně 1.vrstva provádí?

Každá složka výstupu může nabývat pouze 2 hodnot (vzhledem k použitým aktivačním funkcím) ⇒ každý neuron rozdělí rovinu $x_1 x_2$ (viz vstupní vektor) na 2 poloroviny. Jedné přiřadí +1 a druhé -1 (viz obrázek)



2. vrstva:

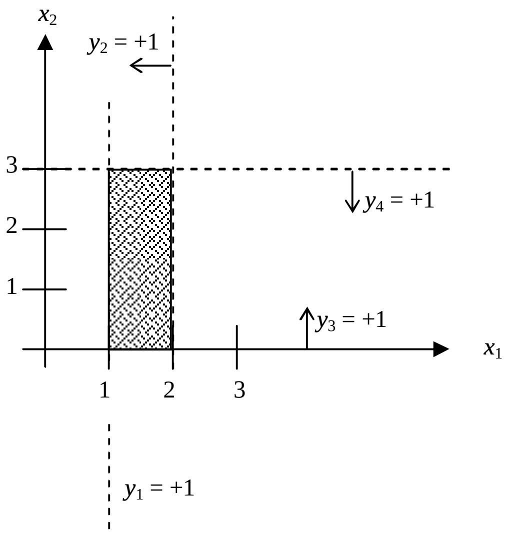
vstupní vektor: $\boldsymbol{x}^2 = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}$

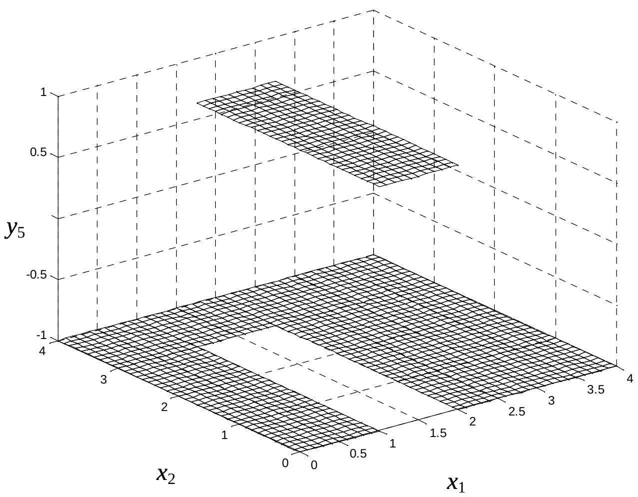
váhová matice: $\boldsymbol{W}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

prahový vektor: $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} -3{,}5 \end{bmatrix}$

výstupní vektor: $\boldsymbol{y}^2 = y_5 = \mathrm{sgn}\left(y_1 + y_2 + y_3 + y_4 - 3{,}5\right)$

Pro $y_1+y_2+y_3+y_4-3{,}5 \geq 0$ je $y_5 = 1$
Pro $y_1+y_2+y_3+y_4-3{,}5 < 0$ je $y_5 = -1$
$\Rightarrow$ pokud chceme mít na výstupu +1, potom $y_1 = 1 \wedge y_2 = 1 \wedge y_3 = 1 \wedge y_4 = 1$, to je v případě, kdy x_1 a x_2 je z obdélníku (viz obr.)





b) Co se stane, když neurony budou mít spojitou bipolární binární aktivační funkci $f(x) = \dfrac{2}{1+e^{-l\,x}} - 1$?

1. vrstva:

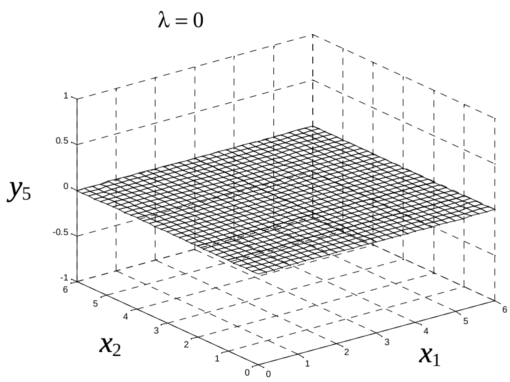
$\boldsymbol{x}^1$, $\boldsymbol{W}^1$, $\boldsymbol{b}^1$ … stejné jako ad a)

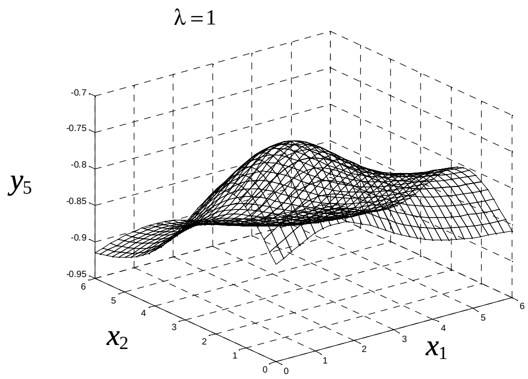
$$\boldsymbol{y}^1 = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{2}{1+\exp\left(-\lambda(x_1-1)\right)} - 1 \\ \dfrac{2}{1+\exp\left(-\lambda(2-x_1)\right)} - 1 \\ \dfrac{2}{1+\exp\left(-\lambda x_2\right)} - 1 \\ \dfrac{2}{1+\exp\left(-\lambda(3-x_2)\right)} - 1 \end{bmatrix}$$

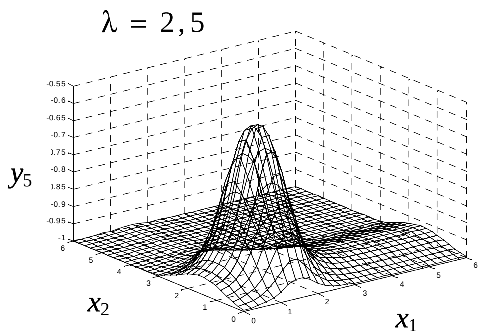
2. vrstva:

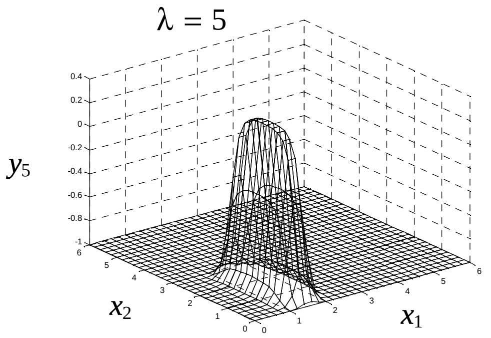
$\boldsymbol{x}^2$, $\boldsymbol{W}^2$, $\boldsymbol{b}^2$ … stejné jako ad a)

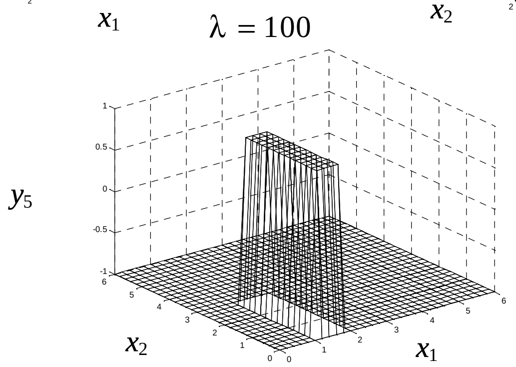
$$\boldsymbol{y}^2 = y_5 = \frac{2}{1+\exp\left(-\lambda\left(y_1+y_2+y_3+y_4-3{,}5\right)\right)} - 1$$











Závěr z příkladu:

Neuronové sítě bez zpětné vazby jsou vhodné pro zobrazování jednoho konečného prostoru do jiného. Tento typ sítí je vhodný pro modelování funkčních závislostí a pro klasifikaci. Dá se dokázat, že k libovolnému zobrazení jednoho prostoru do jiného stačí 2-3 vrstvy neuronů.

× ***Konec příkladu***